

FYZIKÁLNÍ TÝDEN NA FJFI ČVUT 2001

MINIPROJEKT

Mechanické a elektrické rezonance

Vypracovali: Jiří Orság – G P. I. Čajkovského Olomouc

Jiří Paleček – G Kladno

Jakub Frolec – Klvaňovo g. Kyjov

Milan Kvičera – G Jiřího z Poděbrad Poděbrady

Václav Vejborný – G Boženy Němcové Hradec Králové

Supervizor: Ing. Libor Škoda

Mechanický oscilátor

Mechanický oscilátor vzniklý z pružiny o tuhosti k a tělesa o hmotnosti m harmonicky kmitá s frekvencí netlumených kmitů $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$. Pokud mu dodáváme energii harmonicky proměnnou silou, zjistíme, že nucené

kmitý oscilátoru mají největší amplitudu, pokud se frekvence budící síly rovná frekvenci vlastních kmitů oscilátoru. Tento jev se nazývá **rezonance**.

Na těleso působí síla $F = -ky = ma$. Pokud uvažujeme tření, bude síla $F = ma = -ky - vh$, kde h je koeficient tření. Tuto rovnici můžeme napsat pomocí derivací

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + h \frac{dy}{dt} + ky = 0$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{h}{m} \frac{dy}{dt} + \frac{k}{m} y = 0$$

a obecně pro jakýkoli oscilátor

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2\delta \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = 0 \quad (1)$$

kde δ je **dekrement útlumu** a ω_0 frekvence vlastních kmitů.

V závislosti na hodnotě útlumu mohou nastat 4 případy

- útlum je nulový. Potom je rezonanční frekvence oscilátoru rovna frekvenci vlastních kmitů a amplituda v rezonanci je nekonečně velká.

- útlum je malý ($\delta^2 < \omega_0^2$). Potom je rezonanční frekvence rovna

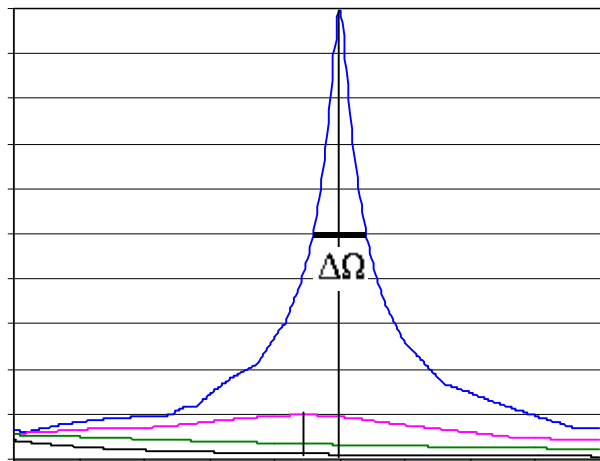
$\Omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}$ a maximální amplituda je konečně velká. Rezonanční křivka má plošší průběh.

- případ velkého útlumu ($\delta \geq \omega_0$).

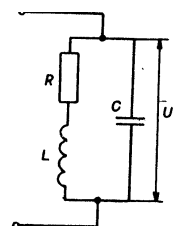
V tomto případě rezonance vůbec nenastane.

Jednotlivé rezonanční křivky pro různý útlum jsou v grafu.

Dále se zavádí činitel jakosti oscilátoru, který se určí jako $Q = \frac{\Omega}{\Delta\Omega} \sqrt{3}$, kde $\Delta\Omega$ je šířka rezonanční křivky v polovině maximálního napětí.



Graf 1: Rezonanční křivky pro různé hodnoty tlumení



Obr. 3.1
Paralelní rezonanční obvod

Elektromagnetický oscilátor

Jako paralelní elmg. RLC oscilátor označujeme obvod sestavený podle schématu na obrázku. Vyjdeme z Kirchhoffových zákonů a sestavíme diferenciální rovnici pro proud tekoucí obvodem (první člen popisuje derivaci napětí na kondenzátoru, druhý na cívce a třetí na odporu)

$$\frac{1}{C} I + L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} = 0$$

$$\frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dI}{dt} + \frac{1}{LC} I = 0$$

Je jasné vidět, že tato rovnice je analogická k (1) a tedy budou tyto prvky tvořit oscilátor kmitající s vlastní

frekvencí $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Určení rezonanční křivky mechanického a elmg. oscilátoru

V rámci miniprojektu jsme sestavovali rezonanční křivku obou oscilátorů. V případě elmg. oscilátoru jsme měřili závislost napětí na frekvenci. Výslednou křivku najdete v grafu. Kondenzátor měl při experimentu kapacitu 500 pF a zjištěná rezonanční frekvence byla 241,6 kHz. Ze vztahu pro rezonanční frekvenci (uvažujeme nulové tlumení) jsme vypočítali indukčnost cívky $L=868\mu\text{H}$. Ze šířky rezonanční křivky jsme určili činitel jakosti obvodu $Q=5,3$. V případě, že jsme k cívce přidali jádro se činitel jakosti snížil na 4,3 a indukčnost se zvětšila na 1,5 mH.

Dále jsme sestavovali rezonanční křivku mechanického oscilátoru. Ze zjištěné rezonanční křivky jsme určili rezonanční frekvenci $f=1,78$ Hz. Dále jsme z šířky rezonanční křivky určili činitel jakosti $Q=62$.

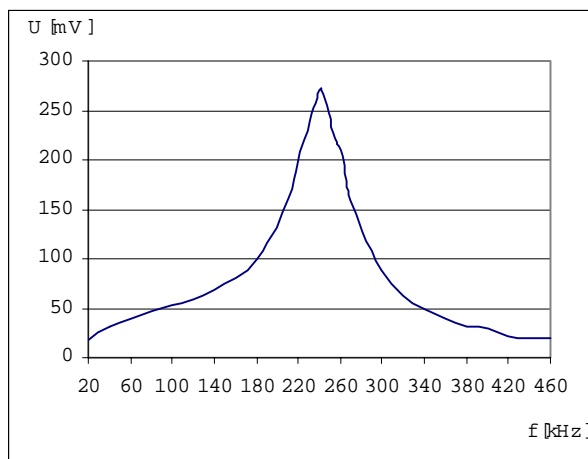
Malá jakost elektrického oscilátoru může být způsobena interferencí měřicími přístroji připojenými k obvodu.

Závěr

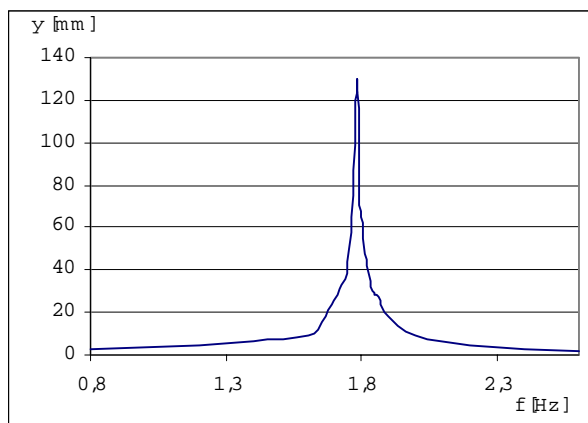
Zjistili jsme, že mechanický i elmg. oscilátor se řídí stejnými fyzikálními principy, pouze parametry, které je popisují, jsou odlišné.

Literatura

- [1] R. P. Feynman: Feynmanovy přednášky z fyziky
- [2] Kolektiv katedry fyziky: Fyzikální praktikum II
- [3] Doc. Ing. Ivan Štoll, CSc.: Mechanika
- [4] Doc. Ing. Ivan Štoll, CSc.: Elektřina a magnetismus



Graf 3: Rezonanční křivka elektrického oscilátoru



Graf 2: Rezonanční křivka mechanického oscilátoru

| Všeobecná charakteristika | Mechanická vlastnost | Elektrická vlastnost |
|-----------------------------|----------------------------|------------------------------|
| Nezávisle proměnná | Čas t | Čas t |
| Závisle proměnná | Poloha x | Napětí U |
| Setrvačnost | Hmotnost m | Indukce L |
| Pevnost | Tuhost k | (Kapacita) ⁻¹ 1/C |
| Rezonanční úhlová frekvence | $\omega_0^2 = k/m$ | $\omega_0^2 = 1/LC$ |
| Rezonanční frekvence | $f_0 = 1/2\pi\sqrt{(k/m)}$ | $f_0 = 1/[2\pi\sqrt{(LC)}]$ |
| Koeficient jakosti | $Q = \omega_0/\gamma$ | $Q = \omega_0 L/R$ |

Tabulka 1: Analogie mezi mechanickým a elmg. oscilátorem