

Počítačové algebraické systémy a jejich aplikace ve fyzice

M. Jonáš ☺ SPŠ Jihlava, Jihlava
mpj.jonas@worldonline.cz

M. Gloser ☺ Gymnázium Broumov, Broumov
m.gloser@seznam.cz

M. Štrof ☺ SGAGY Kladno, Kladno
marfel@seznam.cz

P. Příhodová ☺ Gymnázium Dr. A. Hrdličky, Humpolec
mik21@email.cz

Abstrakt:

Práce na počítači láká v dnešní době všechny mladé lidi. Málokdo z nich si však uvědomuje co tato práce obnáší. Účel našeho miniprojektu bylo seznámit je se základy této práce. Pro demonstraci jsme použili program Mathematica. Představili jsme základní funkce tohoto programu.

1 Úvod

Počítače jsou v současné době jeden z nejdůležitějších pomocníků lidí na celém světě. Jsou využívány ve všech odvětvích lidské činnosti a ani práce naší miniskupiny by bez počítače neměla žádný smysl.

Pro vědecké účely jsou využívány především tzv. Počítačové algebraické systémy. Jde o výpočetní systémy schopné velmi rychle řešit komplikované úlohy. Jejich vývoj jde vpřed. Na trhu se objevují stále nové a nové programy. Mezi nejznámější patří např. Maple a Mathematica. Právě s nimi jsme měli možnost pracovat. Pro naši práci jsme po seznámení s nimi vybrali program Mathematica, který má jednodušší uživatelské rozhraní.

2 Vlastnosti algebraických systémů

Výpočetní systémy se dělí na dva druhy – numerické a algebraické.

V numerických výpočetních systémech je číslo reprezentované reálnou hodnotou s konečnou přesností (reálné číslo vyjádřené na určitý počet desetinných míst). Tento způsob zápisu je standardně používán všemi počítači. Některé výpočty v těchto systémech ale mohou získat určitou nepřesnost – provádí-li se výpočet se zlomky, odmocninami, apod.

Např. číslo $1/3$ je v numerických systémech zapsáno jako $0,333\dots$. Pokud tedy v takovémto systému zadáme výpočet $3 \times 1/3$ výsledek nebude přesně jedna, ale $0,999\dots$

Tento nedostatek počítačové algebraické systémy nemají. Číslo v nich je reprezentováno přímo svým algebraickým vyjádřením. Výpočty v nich jsou tedy v některých případech přesnější než v klasických numerických systémech a umožňují tak zpracovávat úlohy vyžadující velkou přesnost. Umožňují také jednoduše provádět různé matematické operace (řešení rovnic, práce s výrazy, výpočty s komplexními čísly, práce s proměnnými, vytváření grafického výstupu, atd.)

3 Výpočty v algebraických systémech

Zde si ukážeme několik příkladů, jak se dají algebraické systémy využít při řešení jednoduchých úloh. Ukázky jsou vytvořeny v programu Mathematica od firmy Wolfram Research.

Příklady – Základní algebra

Sčítání zlomků:

In[1]:= $1/3 + 2/3$

Out[1]= 1

Dělení:

In[2]:= $23/5$

Out[2]:= $\frac{23}{5}$

Odmocňování:

In[3]:= $\text{Sqrt}[10]$

Out[3]:= $\sqrt{10}$

(Sqrt – funkce pro odmocňování)

Příklady – Řešení rovnic

Řešení rovnic v programu Mathematica je velmi jednoduché. Slouží k němu funkce Solve, jejíž parametry jsou řešená rovnice a požadovaná proměnná. Lze řešit jak jednoduché lineární, tak i mocninné a parametrické rovnice.

Lineární:

$2x + 5 = 0$

In[4]:= $\text{Solve}[x+y=10, x]$

Out[4]:= $\{\{x \rightarrow 10 - y\}\}$

Kvadratická:

$2x^2 - 2x - 4 = 0$

In[5]:= $\text{Solve}[2x^2-2x-4=0, x]$

Out[5]= $\{\{x \rightarrow -1\}, \{x \rightarrow 2\}\}$

Parametrická:

$5x - 10z = 0$

In[6]:= $\text{Solve}[5x-10z=0, x]$

Out[6]:= $\{\{x \rightarrow 2z\}\}$

Příklady – Komplexní čísla

Umocňování:

In[7]:= I^2

Out[7]= -1

Modul:

In[8]:= $\text{Abs}[3+I]$

Out[8]= $\sqrt{10}$

Násobení:

In[9]:= $(3+I)*(1+3I)$

Out[9]= $10i$

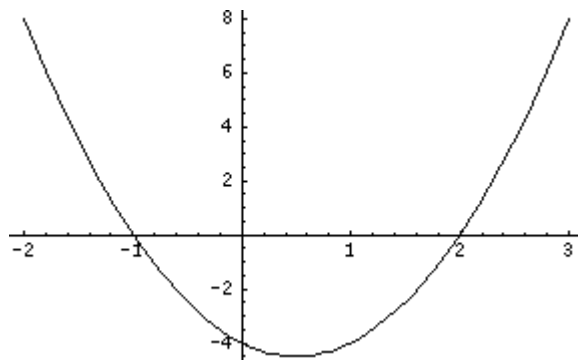
4 Grafické výstupy

Většina algebraických systémů umožňuje výsledky zobrazovat také graficky. Slouží k tomu příkazy Plot (pro plošné grafy) a Plot3D (pro prostorové grafy), jejíž parametry jsou zobrazovaná funkce a rozsah nezávislé proměnné.

Příklad – Plošný graf

```
In[10]:= Plot[2x^2 - 2x - 4, {x, -2, 3}]
```

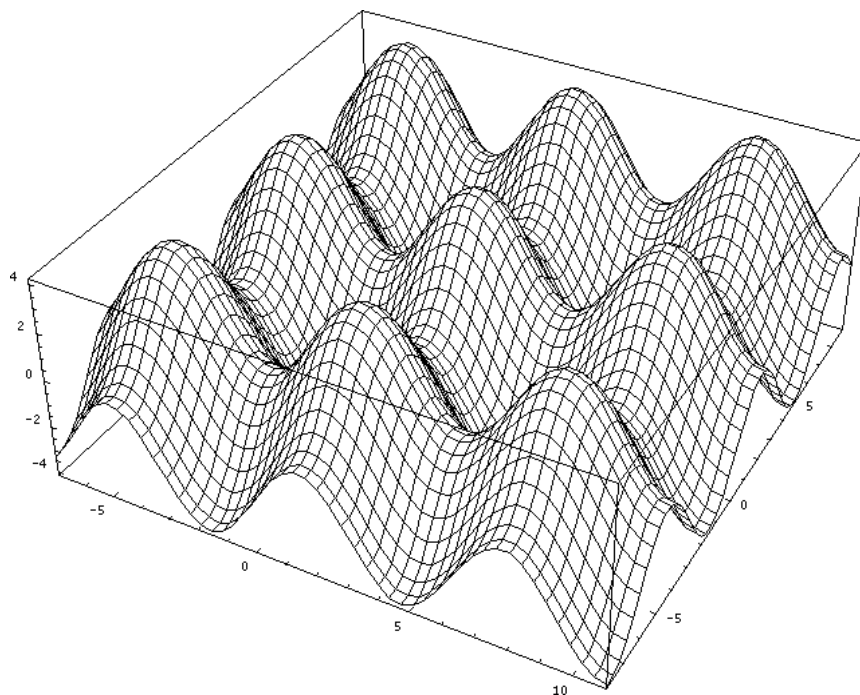
```
Out[10]:= -Graphics-
```



Příklad – Prostorový graf

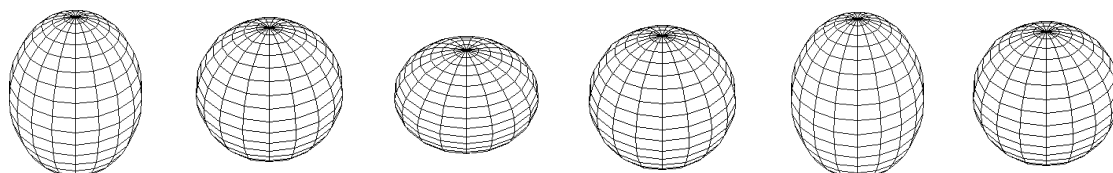
```
In[11]:= Plot3D[2*(Sin[x]+Sin[y]), {x,-7,11}, {y,-8,9}]
```

```
Out[11]:= -SurfaceGraphics-
```



5 Další funkce

Algebraické systémy mají mnoho dalších funkcí, které umožňují snazší interpretaci výsledků. Mezi ně patří například možnost matematického modelování různých prostorových objektů., a možnost vytvářet grafy dynamicky – animovaně. To lze pomocí cyklu, který plynule mění hodnotu jedné z proměnných vytvoříme sérii grafů, které poté přehrajeme za sebou, což vytváří dojem pohybu.



6 Shrnutí

Počítačové algebraické systémy tvoří velmi efektivní nástroje pro provádění složitých vědeckých výpočtů. Mají relativně jednoduché ovládání a dá se s nimi pracovat i bez znalostí programování.

Poděkování

Děkujeme všem, kteří se podíleli na organizaci Fyzikálního týdne 2003

Reference:

- [1] MAEDER E. R. *Programming in Mathematica* Addison-Wesley Publishing Company, 1991
- [2] MAEDER E. R. *The Mathematica programmer II.* Academic Press, 1996
- [3] WICKHAM- JONES T. *Mathematica Graphics* Telos, 1994