

Numerické modelování pohybů v gravitačním poli

T. Bednárik-Masarykovo gymnázium Vsetín

M. Franěk-Gymnázium Mariánské Lázně

P. Kus-SPŠE Brno

J. Návrat-Gymnázium Komenského Havířov

R. Smrž-Gymnázium Elišky Krásnohorské Praha

tomas.bednarik@seznam.cz franas@seznam.cz petr.data@seznam.cz
vaiwa@post.cz roman.smrz@seznam.cz

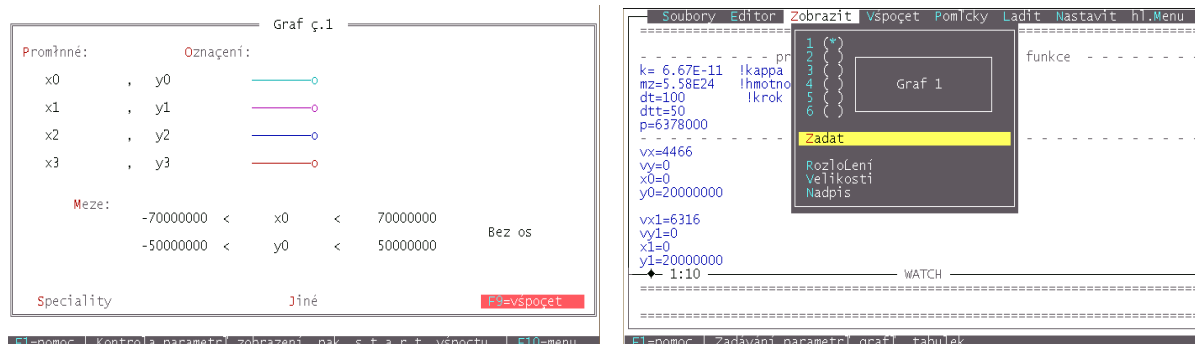
Abstrakt

Cílem miniprojektu bylo v programu Famulus numericky řešit fyzikální děje, jejichž analytické řešení by bylo obtížné až prakticky nemožné. Hlavním tématem našeho miniprojektu bylo řešení pohybů těles v radiálním gravitačním poli a jejich vzájemné ovlivňování. Zpočátku jsme vytvořili model pohybu tělesa zanedbatelné hmotnosti v gravitačním poli centrálního, pevně umístěného tělesa. S touto zkušeností jsme modelovali možné trajektorie těles v radiálním gravitačním poli – kruhovou, eliptickou, parabolickou a hyperbolickou. Posléze jsme tento jev zobecnili na pohyb volných těles libovolných hmotností, libovolně umístěných v rovině s libovolnými počátečními rychlostmi. Takto jsme řešili některé zvláštní případy, např. model Slunce – Země – Měsíc.

1 Úvod

Pohyb těles v gravitačním poli je jednou z mnoha částí fyziky, kterou je velmi obtížné, ne-li nemožné popsat analytickými metodami. Proto se zde v hojně míře využívá matematického modelování, které se nesnaží popsat trajektorii tělesa pomocí diferenciálních rovnic, využívaných v analytických metodách, ale využívá postupných výpočtů, které určí výslednou trajektorii. K tomu se dá využít například programů Famulus, Mathematica, Maple, Matlab nebo Octave. V dnešní době, kdy většina obyvatel má přístup k počítači, si takový model může vytvořit každý a názorně si prohlédnout chování těles, které kolem sebe obíhají.

My jsme využívali k modelování program Famulus:



2 Gravitační pole

Pokud se nějaké těleso nachází v blízkosti jiného hmotného tělesa, působí na něj přitažlivá gravitační síla, jež odpovídá součinu hmotnosti tohoto tělesa m a gravitačního zrychlení a , které lze spočítat podle vztahu

$$a = \chi \frac{M}{r^2}$$

χ je Newtonova gravitační konstanta, $\chi = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

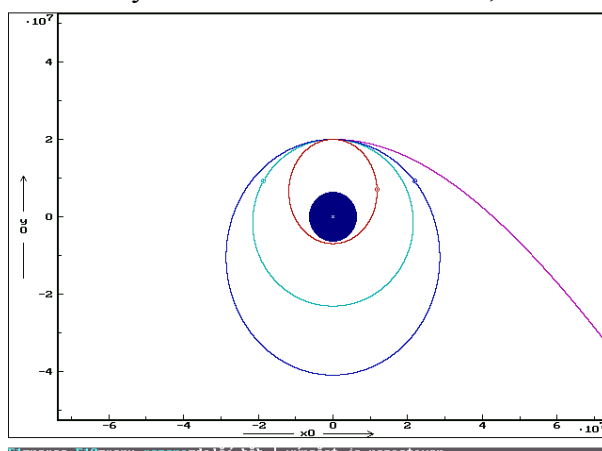
M odpovídá hmotnosti tělesa, o jehož gravitační pole se jedná

r je vzdálenost mezi tělesy.

Z toho vyplývá, že gravitační zrychlení je přímo úměrné závislé na hmotnosti tělesa, a nepřímo závislé na čtverci vzdálenosti mezi tělesy.

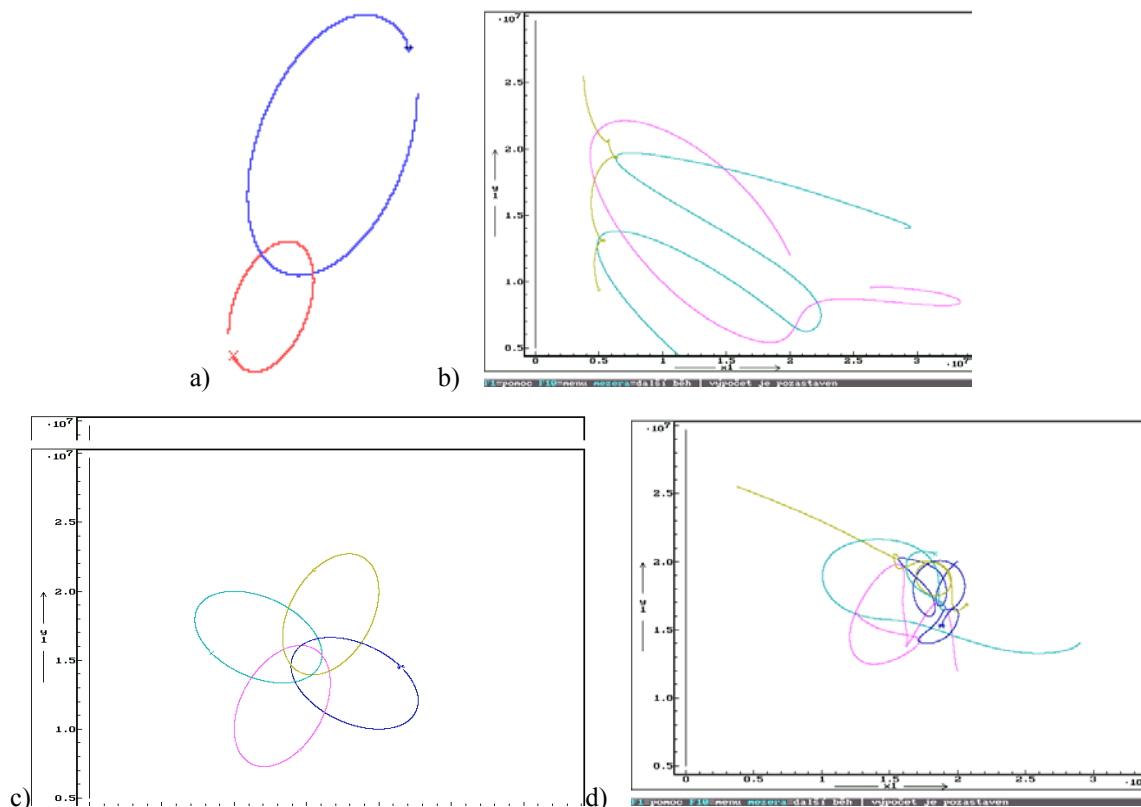
3 Družice tělesa

Toho jsme využili, a sestavili model kosmických rychlostí. Na obrázku jsou vidět trajektorie těles pohybujících se první a druhou kosmickou rychlostí (po kružnici a parabole), rychlostí menší než oběhovou a rychlostí větší než oběhovou, ale nižší než únikovou.



4 Soustava planet

Fakt, že každé těleso má své vlastní gravitační pole nás inspiroval k vytvoření modelu, kde se pohybují dvě (a), tři (b), nebo čtyři (d) na sobě nezávislá tělesa o určité hmotnosti a určité počáteční rychlosti. Ty na sebe gravitačně působí, což má za následek zakřivení drah, a v určitých případech (a, c) uzavřenou soustavu, kde obíhají samy okolo sebe.



5 Shrnutí

Pomocí numerického modelování jsme dosáhli modelů, které s dostatečnou přesností odpovídají skutečnosti. Avšak při dlouhodobějších měřeních, nebo při extrémních situacích bychom mohli zjistit vzrůstající odchylky. Je to způsobeno krokováním, kterého zde využíváme. Skutečný vesmír se mění plynule, což přesně numericky vymodelovat nedokážeme. Snad až někdo vymyslí poněkud odlišný pohled na techniku...

Poděkování

Poděkování FJFI při ČVUT za pořádání fyzikálního týdne...

Poděkování supervisorovi za neutuchající pomoc...

Poděkování spolupracovníkům za dobrou týmovou práci...

Poděkování ostatním týmům za motivaci a hodnocení...

Poděkování našim babičkám 8o)

Reference:

[1] R.Feynman - Přednášky z fyziky I

- [2] Computer Equipment - Famulus 3.5
- [3] J.Kleczek - Velká encyklopedie vesmíru
- [4] Prométheus - Tabulky & vzorce pro střední školy
- [5] SPN - Matematické fyzikální a chemické tabulky