

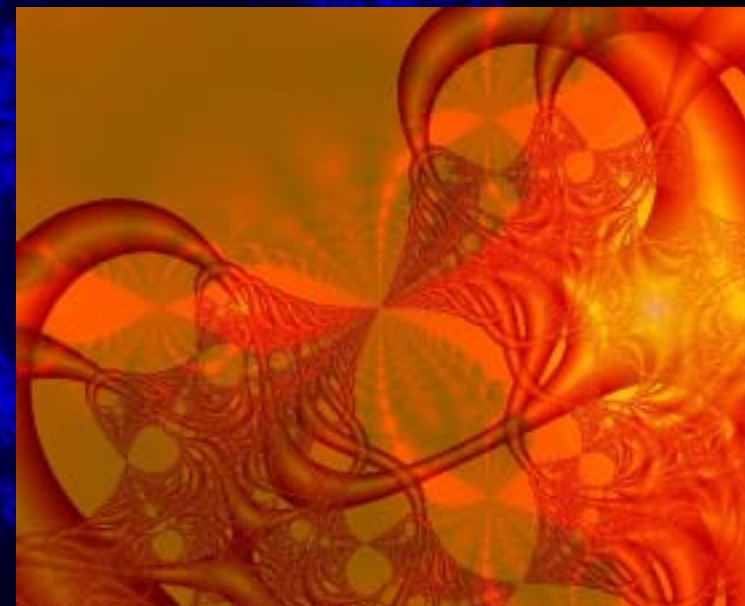
Počítačové zobrazování fraktálních množin

E. Viktorinová, Gymnázium F. M. Pelcla

O. Červený, Gymnázium Plasy

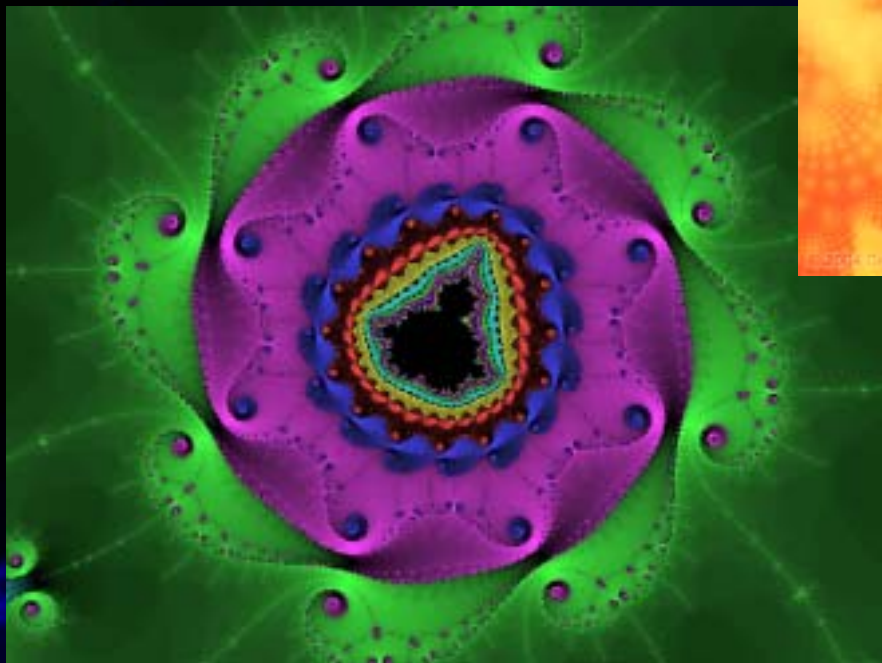
S. Pikula, Gymnázium Matyáše Lercha

P. Kratochvíl, Gymnázium Světlá nad Sázavou



Obsah

- co jsou fraktály
- typy fraktálů
- využití fraktálů



Fraktály

- název je odvozen z latinského slova **fractus**, což znamená zlomit (v angličtině fractal)
- **fraktální geometrie** je samostatná vědní disciplína, která se začala rozvíjet v šedesátých letech 20. století
- za jejího zakladatele je považován vědec polského původu **Benoit B. Mandelbrot**

Benoit B. Mandelbrot (nar. 1924)



- poprvé se setkal s fraktály při studiu vývoje cen bavlny
- v současné době je profesorem matematiky na univerzitě v Yale

Definice fraktálů

čistě matematická definice pojmu fraktál nebyla dosud vyslovena

Mandelbrotova definice

- v současnosti považována za nejpřesnější
- **útvár, jehož Hausdorffova dimenze je větší než dimenze topologická**
- to znamená, že fraktál nemá jako krychle 3, či jako přímka 1 rozměr, ale jeho dimenze je neceločíselná

Obecná definice

- **útvár, při jehož zvětšení dostaneme opět stejný obraz, bez ohledu na měřítko**
- tato vlastnost se nazývá **invariance vůči změně měřítka**

Vlastnosti fraktálů

- **soběpodobnost**
- kterákoliv část fraktálu je přesnou kopií původního motivu
- vyskytuje se u čistě matematických struktur
- v reálném světě jsme omezeni fyzikálními zákony (existují částice, které již nedokážeme dále dělit)
- **konečný obsah X
nekonečný obvod**

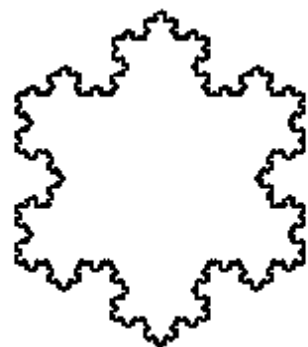
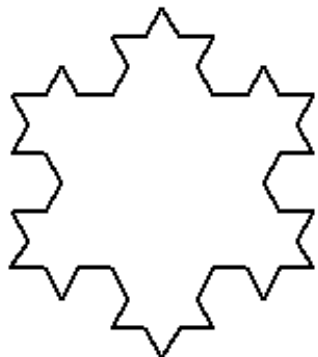
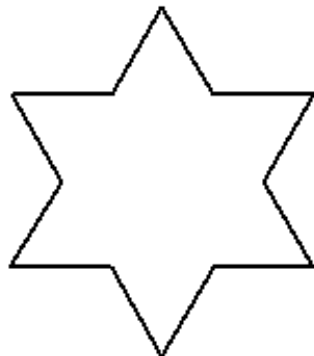
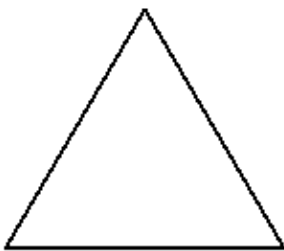


Typy fraktálů

- Kochova vločka
- Sierpinského trojúhelník
- Mandelbrotova množina
- Juliovy množiny



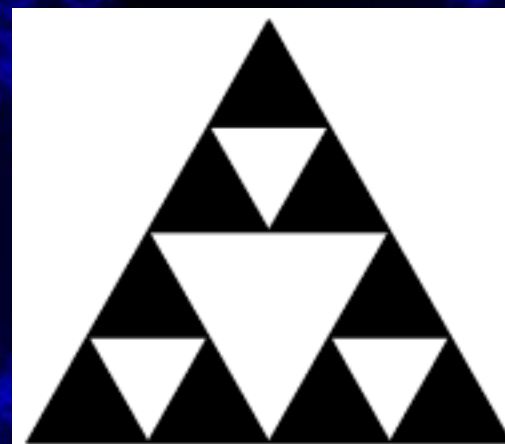
Kochova vločka



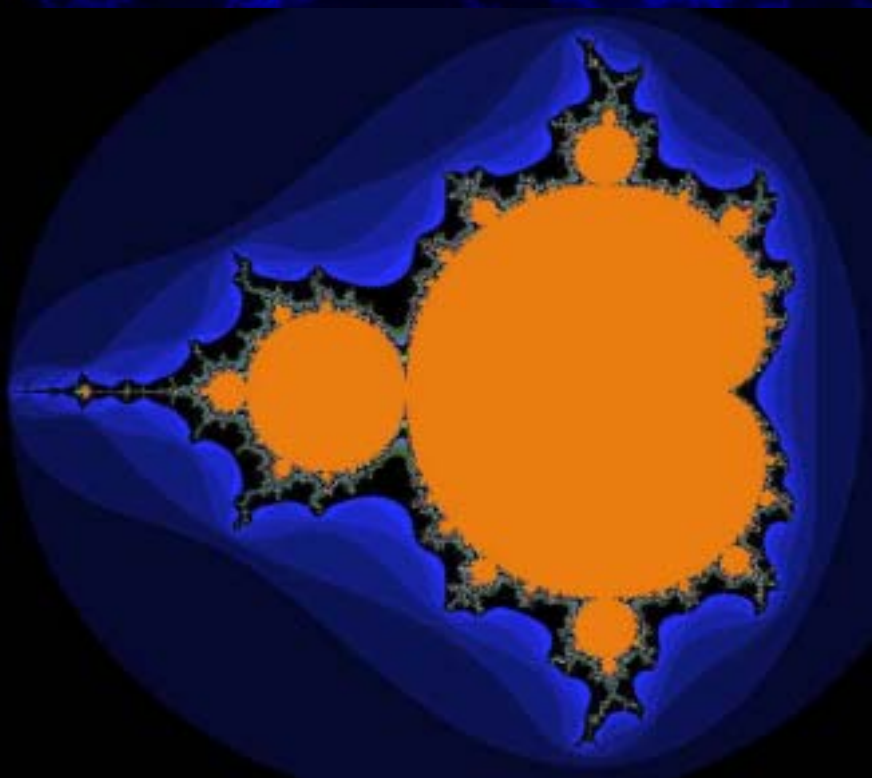
- ke každé straně trojúhelníku přidáme k prostřední třetině další trojúhelník o třetinu menší
- tento postup budeme opakovat i na tento trojúhelníček
- po mnoha opakováních vznikne objekt s nekonečným obvodem, ale konečným obsahem

Sierpinského trojúhelník

- z trojúhelníku vyřizneme trojúhelník tvořený středními příčkami trojúhelníku původního
- tento postup opakujeme na tři zbylé trojúhelníčky



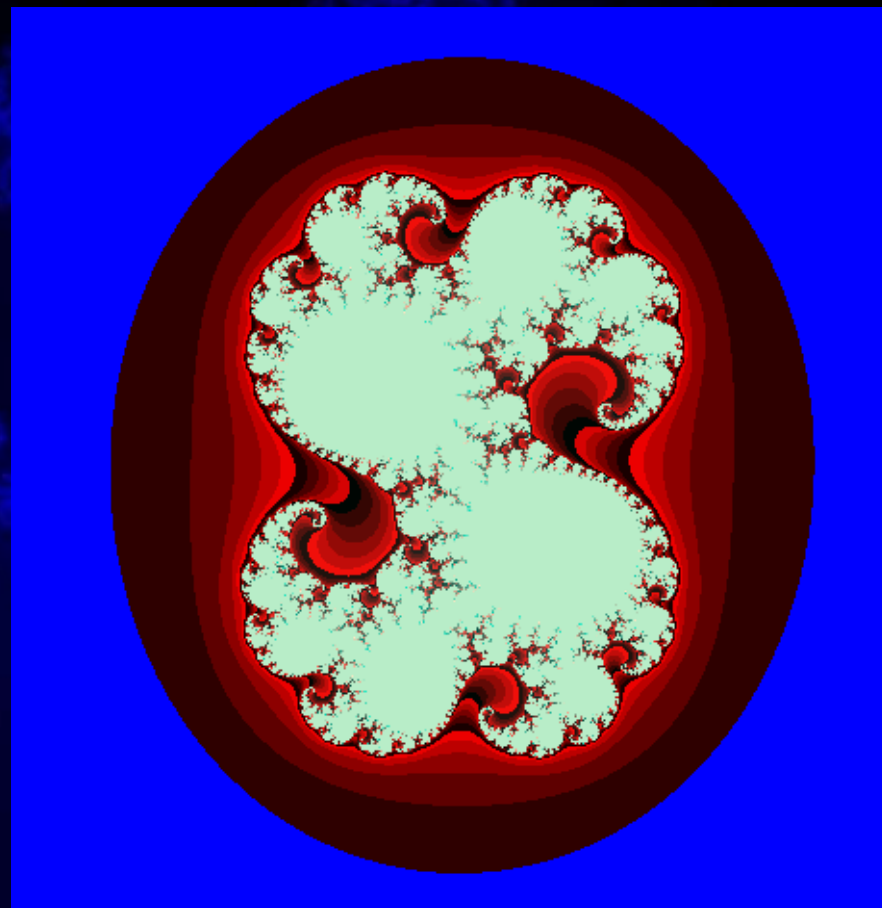
Mandelbrotova množina



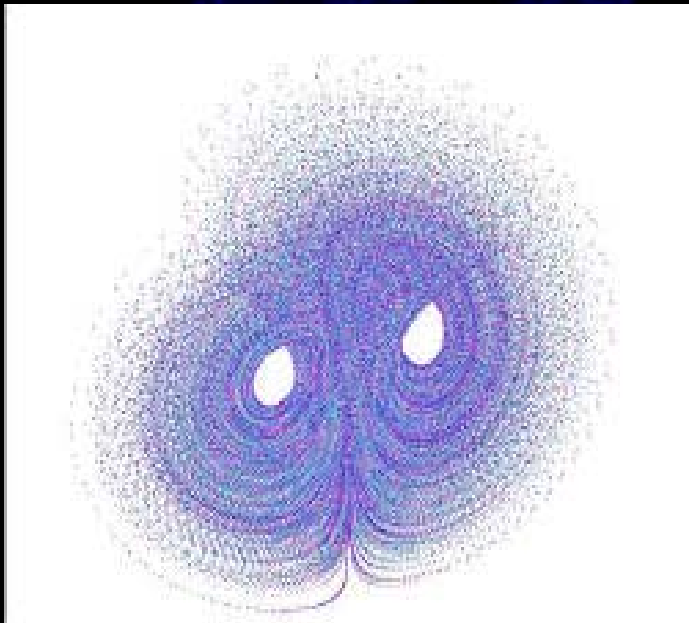
- v každém bodě určuje vzhled Juliovy množiny
- ke komplexnímu číslu přičteme jeho druhou mocninu
- tento výsledek umocníme a přičteme k němu původní číslo
- pokud výsledek nepřesáhne hodnotu 2, patří bod do množiny
- tvar závisí na exponentu

Juliovy množiny

- každý bod z roviny v komplexním oboru umocníme a přičteme k němu c
- c je náhodně zvolené komplexní číslo
- pokud výsledné číslo konvertuje k nule, patří bod do Juliovy množiny
- zbarvení množin závisí na počtu iterací potřebných ke zjištění, zda číslo patří do Juliovy množiny



Atraktory

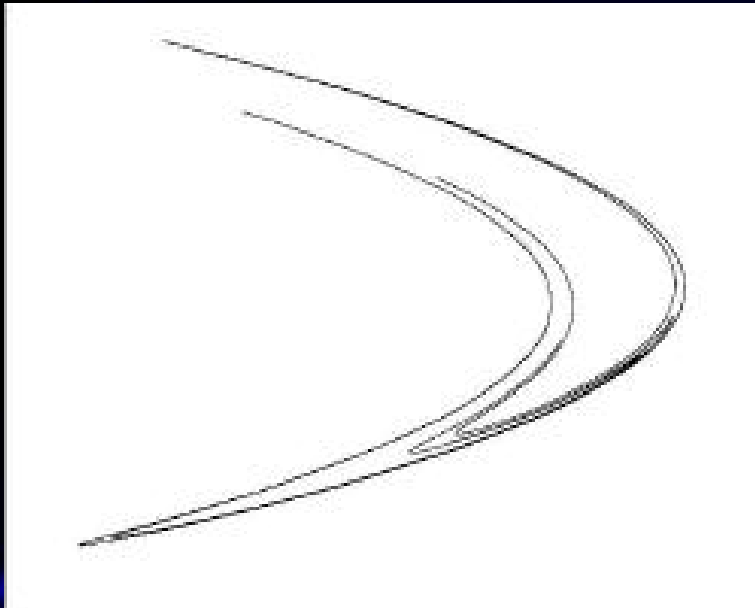


Lorenzův atraktor

- popisuje chování vodního kola
- připomíná motýlí křídla

Hénonův atraktor

- jednotlivé vzniklé křivky jsou vlastně páry křivek vedle sebe
- bez výpočtu nejde určit, kde se objeví následující bod křivky



Využití fraktálů

- snadné definování velmi složitých přírodních útvarů
- fraktální komprese
- predikce (odhad budoucího vývoje)
- umělá inteligence a šifrování
- výtvarné umění

Přírodní útvary



Fraktální komprese

- založena na **IFS fraktálech**
- komprimační program se snaží nalézt v obrázku fraktální strukturu a pomocí ní definovat celý obrázek
- **ztrátová** komprese náročná na nalezení vhodných transformací popisujících daný obrázek
- **velmi vysoký stupeň komprese**
- v příznivém případě je možné popsat celý obrázek pouze pomocí několika funkcí

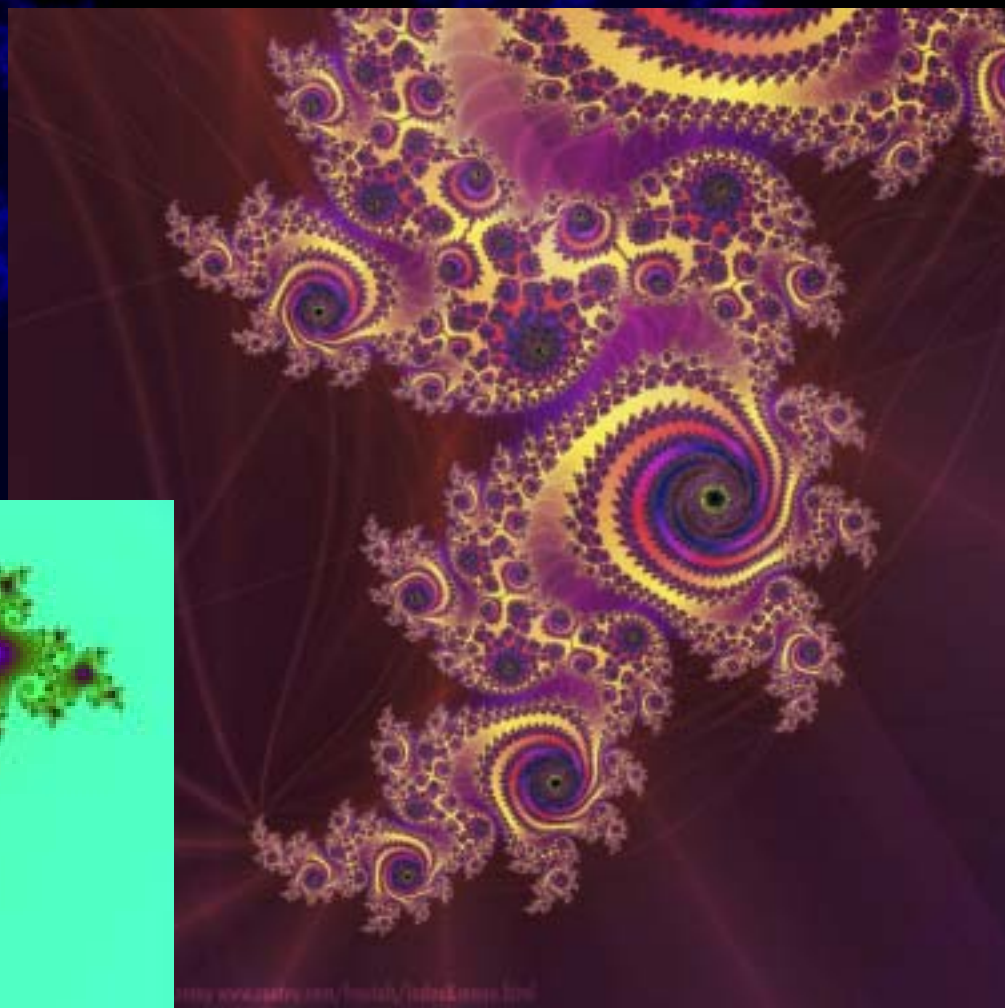
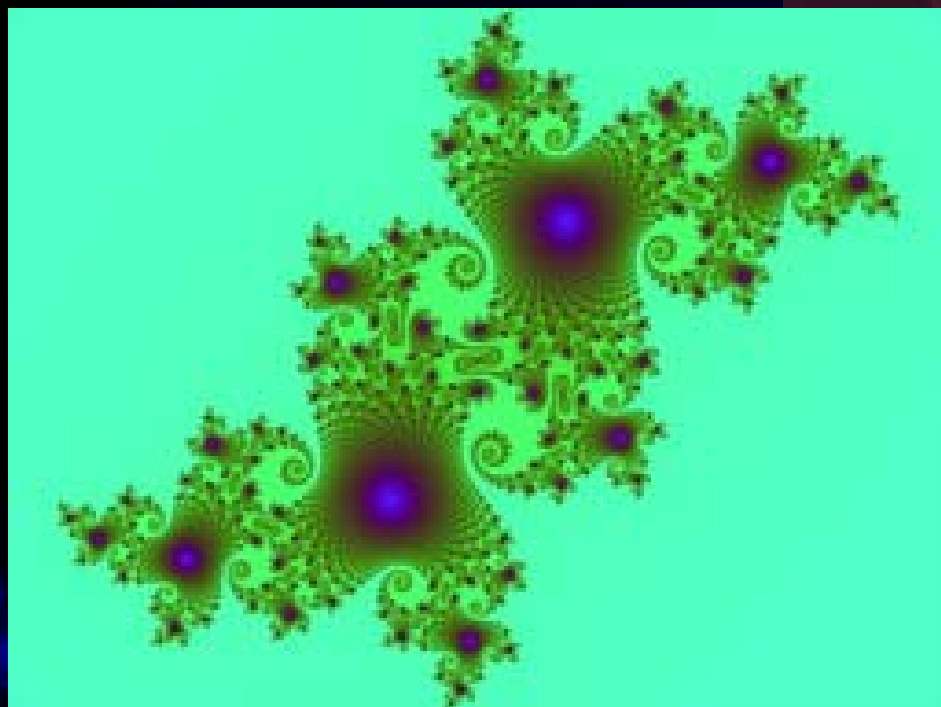
Predikce

- odhad budoucího vývoje
- fraktální charakter má např. vývoj cen akcií nebo sluneční aktivity, předpovědi počasí
- fraktální charakter znamená, že krátkodobé změny jsou v určitém měřítku shodné s dlouhodobým vývojem



Shrnutí

- co jsou fraktály
- typy fraktálů
- využití fraktálů



Chtěli bychom poděkovat

- Nadačnímu fondu teoretické fyziky
- Fakultě jaderné a fyzikálně inženýrské
ČVUT
- supervisorovi Ing. Jiřímu Mikyškovi
- Petrovi Kratochvílovi

Zdroje

- <http://lide.uhk.cz/home/fim/student/fshrusj1/wwww/grafika/teorie.htm>
- <http://www.fit.vutbr.cz/~tisnovpa/fract/uvod.html>
- <http://www.sweb.cz/chaos.fraktaly/>

Děkujeme za pozornost