

Numerické modelování fyzikálních dějů



Jindřich Soukup, Martin Štrof,
Vojtěch Procházka

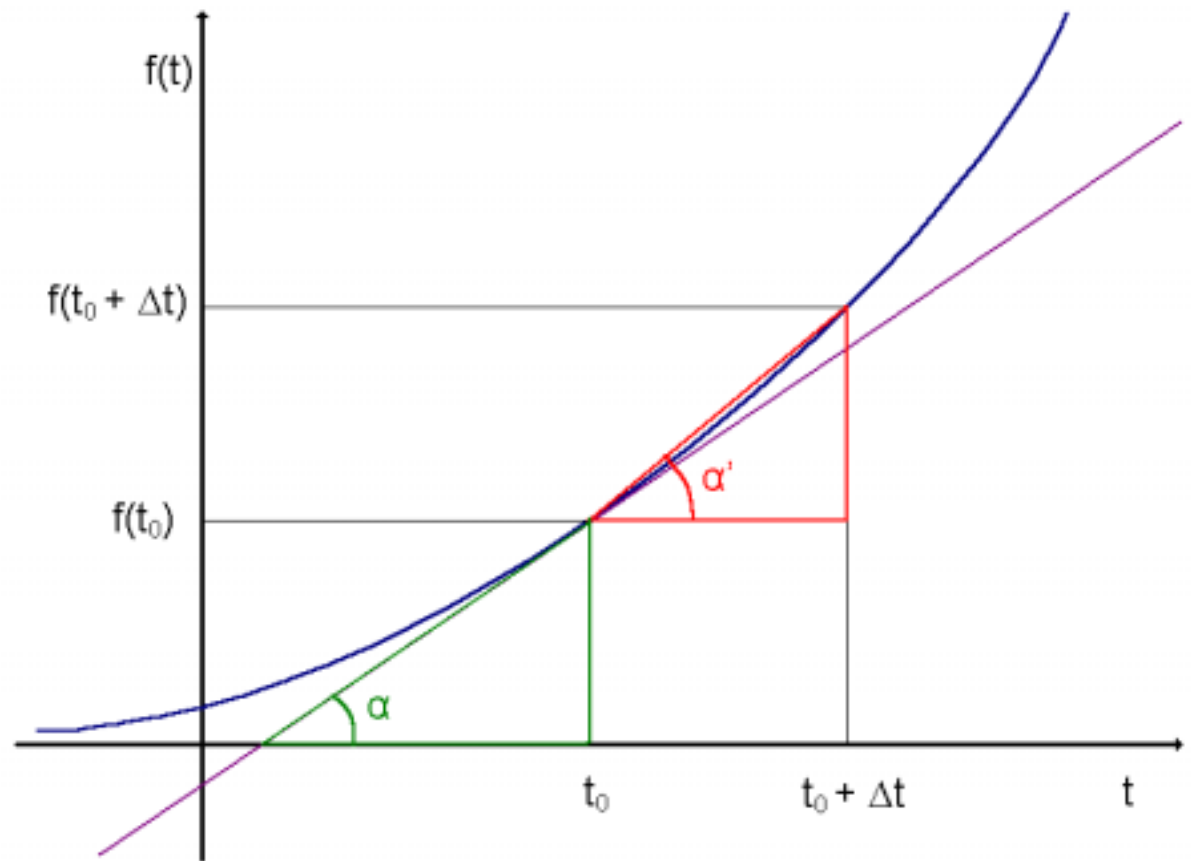


Možnosti užití:

- Balistická křivka (šikmý vrh s odporem prostředí)
- Matematické kyvadlo pro velké výchylky
- Gravitační působení 2 těles (více těles)
- Pohyb tělesa s proměnnou hmotností
- ...

Diferenciální rovnice

- Analyticky
- Numericky
(Eulerova metoda, ...)



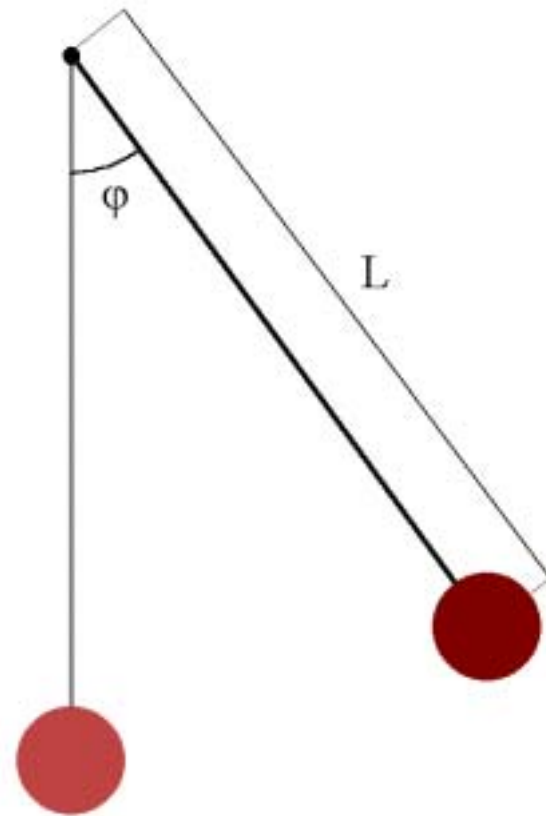
Matematické kyvadlo

- Malé výchylky:

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{L} \cdot \varphi = 0$$

- Velké výchylky:

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{L} \cdot \sin \varphi = 0$$

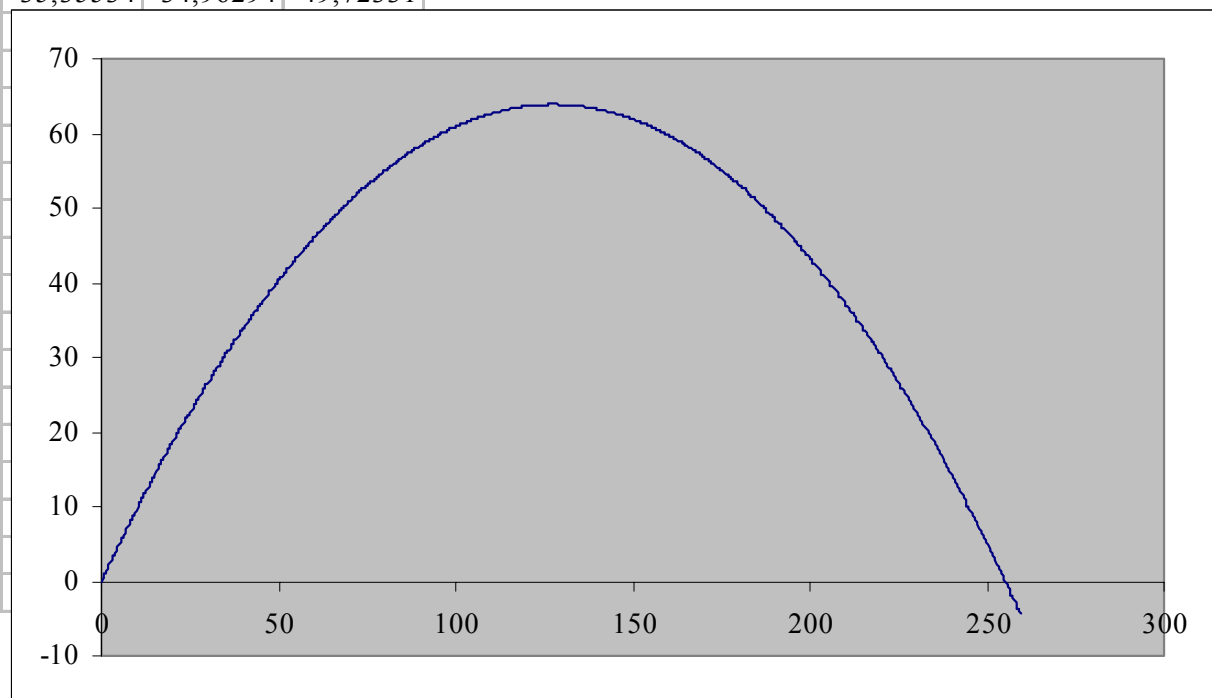


Dělová koule (bez odporu prostředí) - Excel

t	x	y	vx	vy	v
0	0	0	35,35534	35,35534	50
0,01	0,353553	0,353553	35,35534	35,25724	49,93068
0,02	0,707107	0,706126	35,35534	35,15914	49,86146
0,03	1,06066	1,057717	35,35534	35,06104	49,79233
0,04	1,414214	1,408328	35,35534	34,96294	49,72331
0,05	1,767767	1,757957			
0,06	2,12132	2,106605			
0,07	2,474874	2,454273			
0,08	2,828427	2,800959			
0,09	3,181981	3,146665			
0,1	3,535534	3,491389			
0,11	3,889087	3,835132			
0,12	4,242641	4,177895			
0,13	4,596194	4,519676			
0,14	4,949747	4,860476			
0,15	5,303301	5,200296			
0,16	5,656854	5,539134			
0,17	6,010408	5,876992			
0,18	6,363961	6,213868			
0,19	6,717514	6,549763			
0,2	7,071068	6,884678			

$$x_{n+1} = x_n + v_x \cdot \Delta t \quad v_{x_{n+1}} = v_{x_n}$$

$$y_{n+1} = y_n + v_y \cdot \Delta t \quad v_{y_{n+1}} = v_{y_n} - g \cdot \Delta t$$

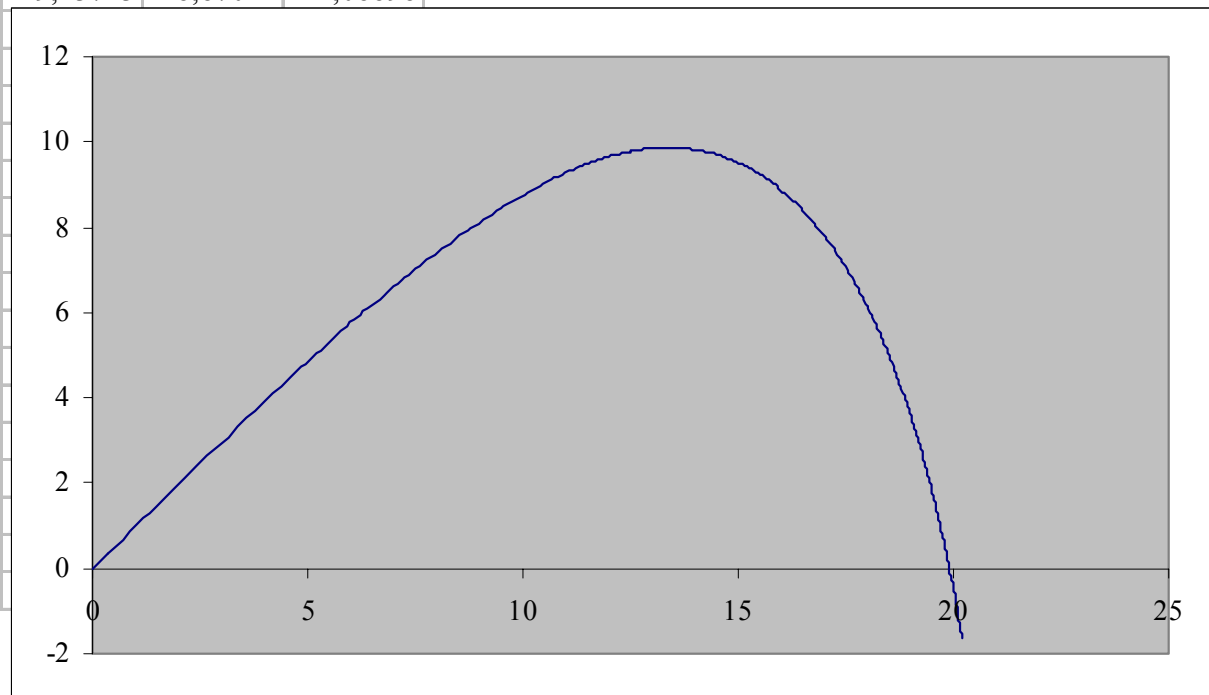


Dělová koule (s odporem prostředí) - Excel

t	x	y	vx	vy	v
0	0	0	35,35534	35,35534	50
0,01	0,353553	0,353553	33,58757	33,48947	47,43068
0,02	0,689429	0,688448	31,99449	31,80294	45,1118
0,03	1,009374	1,006478	30,55116	30,27016	43,00762
0,04	1,314886	1,309179	29,23723	28,87021	41,08898
0,05	1,607258	1,597881			
0,06	1,887617	1,87374			
0,07	2,156949	2,137767			
0,08	2,416123	2,390856			
0,09	2,665908	2,633795			
0,1	2,90699	2,867289			
0,11	3,13998	3,091964			
0,12	3,36543	3,308387			
0,13	3,583833	3,517065			
0,14	3,795639	3,718459			
0,15	4,001255	3,912986			
0,16	4,201051	4,101025			
0,17	4,395365	4,282924			
0,18	4,584507	4,459001			
0,19	4,768762	4,629546			
0,2	4,94839	4,794829			

$$v_{x_{n+1}} = v_{x_n} - \frac{k \cdot v \cdot v_x}{m} \cdot \Delta t$$

$$v_{y_{n+1}} = v_{y_n} - g \cdot \Delta t - \frac{k \cdot v \cdot v_y}{m} \cdot \Delta t$$



Mathematica

- + dokáže řešit automaticky
- + jednoduché nastavení parametrů
- - složitá syntaxe

```
Mathematica 5.0 - [prezentace.nb]
File Edit Cell Format Input Kernel Find Window Help

prezentace.nb

c = 0.015;
m = 1;
g = 10;

solution =
NDSolve[{VX[t] == X'[t], VY[t] == Y'[t],
  m * VX'[t] == -c * VX[t] * Sqrt[VX[t]^2 + VY[t]^2],
  m * VY'[t] == -m * g - c * Sqrt[VX[t]^2 + VY[t]^2] * VY[t],
  X[0] == 0, Y[0] == 0, VY[0] == 10, VX[0] == 10},
{X[t], Y[t], VX[t], VY[t]}, {t, 0, 10}]

{X[t] -> InterpolatingFunction[{{0., 10.}}, <>][t],
 Y[t] -> InterpolatingFunction[{{0., 10.}}, <>][t],
 VX[t] -> InterpolatingFunction[{{0., 10.}}, <>][t],
 VY[t] -> InterpolatingFunction[{{0., 10.}}, <>][t]}

solution2 =
NDSolve[{VX[t] == X'[t], VY[t] == Y'[t], m * VX'[t] == 0,
  m * VY'[t] == -m * g, X[0] == 0, Y[0] == 0, VY[0] == 10,
  VX[0] == 10}, {X[t], Y[t], VX[t], VY[t]}, {t, 0, 20}]

{X[t] -> InterpolatingFunction[{{0., 20.}}, <>][t],
 Y[t] -> InterpolatingFunction[{{0., 20.}}, <>][t],
 VX[t] -> InterpolatingFunction[{{0., 20.}}, <>][t],
 VY[t] -> InterpolatingFunction[{{0., 20.}}, <>][t]}

u = 10; Uhel = 0;
```



Závěr

- Řešení složitých fyzikálních úloh
- Zobrazení výsledků (Excel, Mathematica)
- Numerické metody (Eulerova metoda, ...)

Poděkování

- Našim supervisorům
Petru Homolovi a
Hynku Lavičkovi
- Vojtěchu Svobodovi
- Všem organizátorům
Fyzikálního týdne
- Fakultě FJFI ČVUT

