

# Měření měrného náboje elektronu $e/m_e$

P. Dvořák, SPŠ Jihlava, bezmozku@seznam.cz

O. Pokorný, Gymn. Gmünd, pokorny@phpEditorIDE.net

M. Švarc, VOŠ a SPŠ Varnsdorf, uncle.sam@seznam.cz

A. Zoubek, Gymn. prof. Jana Patočky, antonin.zoubek@t-email.cz

## Abstrakt

Měrný náboj elektronu  $e/m_e$  je poměr náboje elektronu vůči jeho hmotnosti. Vědecky zjištěná velikost této konstanty je  $e/m_e = 1,758796 \cdot 10^{11}$  C/kg. Náš úkol byl hodnotu této fundamentální fyzikální veličiny experimentálně dokázat, což se nám aritmetickým průměrem  $e/m_e = 1,75636 \cdot 10^{11}$  C/kg naměřených hodnot podařilo.

## 1 Úvod

Všechny metody na určení náboje (popř. hmotnosti) elektronu jsou založeny na způsobu jeho pohybu v elektrickém nebo magnetickém poli.

Jeden z jednodušších pokusů spočívá na vychýlení dráhy elektronů do kružnice v kolmém magnetickém poli.

Náš úkol byl změřit průměr této kružnice za různých podmínek a na základě nastavených hodnot poměr  $e/m_e$  experimentálně spočítat.

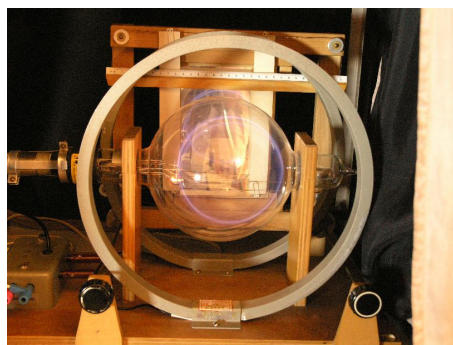
## 2 Náš pokus

### 2.1 Materiály a metody

Hlavní částí aparatury jsou katodová trubice a dvě Helmholtzovy cívky, které v ní tvoří homogenní magnetické pole. V trubici se z elektronového děla emitují elektrony, které se mezi jeho katodou a anodou zrychlí na přibližně konstantní rychlost.

V působícím kolmém magnetickém poli jsou elektrony Lorentzovou silou vychýleny ze své dráhy, a když platí, že dostředivá síla  $F_d$  je rovna síle Lorentzově  $F_L$ , tak dráhou je kružnice.

Celou aparaturu napájí tři zdroje. Nejsilnější zdroj (100–200 V) je připojen na elektronové dělo, druhý zdroj (0–6 A) napájí Helmholtzovy cívky. Napětí na elektronovém dělu a proud na cívkách jsme v průběhu pokusu měnili tak, abychom zamezili narůstajícím chybám. Třetí zdroj



je zodpovědný za zahřátí katody elektronového děla na provozní teplotu.

## 2.2 Trocha teorie

Elektrony vystřelované rozžhavenou katodou elektronového děla mají velmi malou kinetickou energii a jsou zrychleny z největší části konstantním elektrickým polem mezi katodou a anodou děla.

Pro napětí  $U \approx 150$  V můžeme zanedbat speciální teorii relativity a pro kinetickou energii elektronů platí nerelativistický vztah

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU \quad (1)$$

kde  $m$  je hmotnost,  $v$  rychlost a  $e$  náboj elektronu.

Nás ale zajímá rychlost vystřelovaných elektronů. Tu získáme z rovnice (1)

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} \quad (2)$$

Touto rychlostí vyletují elektrony z děla do homogenního magnetického pole, kde na ně působí Lorentzova síla  $\vec{F}_L = e(\vec{v} \times \vec{B})$ , která je rovna síle dostředivé. Vektor rychlosti  $\vec{v}$  a vektor magnetického pole  $\vec{B}$  jsou na sebe kolmé a tak platí, že  $F_L = e(vB)$ .

$$\frac{mv^2}{r} = evB \quad (3)$$

$$\frac{mv}{r} = eB \quad (4)$$

kde  $r$  je poloměr kružnice, který pro dané hodnoty změříme.

Je vidět, že ve vztahu (4) jsou *prakticky* dvě neznámé. Jednak hmotnost elektronu  $m$  a také jeho náboj  $e$ . Právě proto se vždy uvádí poměr náboje elektronu k jeho hmotnosti. Tento vztah získáme dosazením rychlosti  $v$  z rovnice (2) do rovnice dostředivé síly (4)

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{r^2 B^2} \quad (5)$$

Magnetické pole je tvořeno dvěma Helmholtzovými cívkami. Jeho sílu ve středu souměrnosti cívek spočítáme podle vztahu o indukci

$$B = \mu_0 \frac{NR^2}{(R^2 + a^2)^{3/2}} I \quad (6)$$

$$B = kI \quad (7)$$

kde  $\mu_0$  je tzv. permeabilita vakua,  $a$  polovina vzdálenosti cívek,  $R$  poloměr a  $N$  počet závitů každé cívky.

Toto sice platí jen pro centrum cívek, ale pokud je vzdálenost cívek ( $2a$ ) přibližně rovna poloměru cívek  $R$ , pak rovnice (7) platí s dostatečnou přesností pro blízké okolí středu. Použité Helmholtzovy cívky měly konstantu  $k = 0,781 \cdot 10^{-3} \text{ T}\cdot\text{A}^{-1}$ .

Vztah (7) dosadíme do rovnice (5) a získáme konečný vzorec pro měrný náboj elektronu  $e/m_e$ .

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{r^2 k^2 I^2} \quad (8)$$

Proud  $I$ , který se pouští do cívek, a napětí  $U$ , které je na elektronovém dělu, jsme v průběhu pokusu měnili. Průměr  $2r$  kružnice opisované elektronovým svazkem se změní na zrcadlovém měřítku.

## 2.3 Výsledky

Naši skupinu jsme rozdělili na dvě nezávislé dvojice, které paralelně prováděly měření, aby se chyba lidského faktoru co nejvíce eliminovala. Druhý den ráno jsme pokus provedli ještě jednou se stejnými počátečními hodnotami. Tak vznikly tři sady výsledků, které se statisticky velmi dobře porovnávají.

Tabulka 1: Výsledky měření

	$U$ [V]	$I$ [A]	$r$ [cm]	$e/m_e$ [ $10^4$ C/kg]		
				1. měření	2. měření	3. měření
1.	160	1	10,9	17662611,07	17991210,75	17342932,41
2.	170	1,1	10,3	17369088,22	17369088,22	16874032,82
3.	180	1,2	9,7	17424264,85	17789161,02	16966446,68
4.	100	1,1	7,9	17367942,25	17589894,53	18140262,24
5.	120	0,75	12,75	17211799,13	17484998,02	18051277,21
6.	140	0,8	12,85	17375196,53	17788058,09	18071528,65
7.	150	1,05	10,15	17320821,88	17844343,72	17844343,72
8.	130	1,25	7,8	17935853,18	17484654,82	17050270,43
9.	110	1	9,05	17615032,39	17421992,39	17811298,64
10.	200	1,3	9,5	17198239,78	17566106,16	17945902,88
Aritmetický průměr				17448084,93	17632950,77	17609829,57
Aritmetický průměr ze všech měření						17563621,76

1. a 2. měření jsou z odpoledne prvního dne, 3. je měření z dopoledne dne druhého

## 2.4 Interpretace výsledků a diskuse

Největším problémem měření se ukázalo být přesné odečtení průměru kružnice elektronů. Měřicí štítky byly nejdříve špatně nastaveny a i po úpravě se mohl průměr lišit až o 2–3 mm, což je pro přesné určení elektrického náboje nedostatečné. Naopak s elektrickými měrnými přístroji a transformátory se velmi dobře a jednoduše pracovalo.

K systémovým chybám můžeme uvést přibližnou homogenitu magnetického pole tvořeného Helmholtzovými cívkami a také přibližně konstantní rychlost elektronů vypálených elektronovým dělem. Při vyšších rychlostech elektronů by se taky měla vzít v úvahu speciální teorie relativity.

Je pozoruhodné, že druhý den po ránu, když jsme neměli oči unavené, byl rozptyl jednotlivých měření větší než předešlý den, i když výsledná statistika vykazovala přesnější výsledek.

## 3 Shrnutí

Výsledný průměr z druhého dne byl skutečně hodnotě už velmi blízko. Celkový průměr ze všech měření s hodnotou  $e/m_e = 1,75636 \cdot 10^{11}$  C/kg byl pak ještě přesnější. To odpovídá odchylce 0,2 % od tabulkové hodnoty. Můžeme říct, že i když jsme při jednotlivých měřeních skutečné hodnoty téměř nikdy nedosáhli, v celkovém statistickém průměru se nám měrný elektrický náboj podařilo poměrně přesně experimentálně určit.

## Poděkování

Děkujeme všem organizátorům fyzikálního týdne, hlavně panu Ing. Vojtěchu Svobodovi, CSc, který ho celý organizoval, a našemu osobnímu supervisoru Dr. Ing. Pavlu Soldánovi a všem profesorům, kteří nám připravili poutavé přednášky.

## Reference

- [1] FJFI ČVUT. *Skriptum “Měření měrného náboje elektronu”*. 2005.
- [2] F. Slovák, M. Zeman, O. Sehnal, R. Gracla. *Projekt “Měření měrného náboje elektronu”*. 2003.
- [3] J. Cabrnok, M. Holeček, J. Jílek, R. Řezníček. *Projekt “Měření měrného náboje elektronu”*. 2004.