# Počítačová simulace mnohoúhelníkových kulečníků

Petr Kratochvíl,
petr-kratochvil@seznam.cz

**Abstrakt:**

Kulečníková koule, modelovaná hmotným bodem, se pohybuje na kulečníku tvaru konvexního mnohoúhelníka. Pohybuje se konstantní rychlostí a konstantním směrem až do té doby, než dosáhne okraje kulečníku (hranice mnohoúhelníka), kdy změní směr pohybu podle zákona odrazu. Ve své práci shrnuji metody, které jsem použil k počítačové simulaci tohoto děje.

# 1 Úvod

V oblasti mnohoúhelníkových kulečníků se nabízí se několik otázek: Za jakých podmínek se bude pohyb koule periodicky opakovat? Jak bude vypadat posloupnost stran onoho mnohoúhelníka, jsou-li v této posloupnosti strany ve stejném pořadí, v jakém se od nich kulečníková koule odráží? Mnoho problémů z tohoto tématu stále není vyřešeno. Bádání se v současné době zabývá zejména zkoumáním vlastností zmiňované posloupnosti stran, které závisí jak na tvaru mnohoúhelníku, tak na počátečním umístění koule a jejím počátečním směru. Cílem mé práce bylo vytvoření programu, který by pomohl zkoumat tyto posloupnosti.

# 2 Návrh programu

Před vlastním programováním bylo nutné vyřešit několik matematických problémů, mezi které patřily zejména:

- Mám souřadnice aktuální pozice kulečníkové koule a vektor udávající směr, kterým se koule pohybuje. Úkolem je spočítat, od které strany mnohoúhelníku se koule odrazí a souřadnice bodu dotyku s touto stranou.
- Mám souřadnice bodu dotyku koule se stranou mnohoúhelníka a vektor udávající směr, kterým se koule až do tohoto okamžiku pohybovala. Chci spočítat vektor udávající nový směr pohybu koule po odražení od strany mnohoúhelníka.
- Mám dva body v rovině a chci na obrazovce zobrazit plynulý pohyb malé kružnice (znázorňující kulečníkovou kouli) od jednoho z těchto bodů k druhému.

Těmito problémy se nyní budu podrobněji zabývat.

- **Hledám bod hranice mnohoúhelníku, od kterého se koule odrazí na další pouť kulečníkovým prostorem.** Zde je snad jedinou možností zkoušet postupně všechny strany mnohoúhelníku a hledat jejich průsečík s přímkou pohybu kulečníkové koule.

Evidentně existuje jediná strana taková, že existuje její průsečík s onou přímkou pohybu koule. Výpočet probíhá následovně: obě přímky si vyjádřím v parametrickém tvaru a řeším soustavu dvou rovnic o dvou neznámých – parametrech těchto přímek.

- **Hledám nový směr pohybu koule po odrazu od určité strany mnohoúhelníku.** Zde se vyžaduje, aby platil zákon odrazu: úhel odrazu se má rovnat úhlu dopadu. To vyřeším tak, že vezmu vektor, který určoval až do okamžiku odrazu směr pohybu koule a rozložím jej do dvou směrů: jeden bude shodný s (libovolným) směrovým vektorem přímky obsahující onu stranu mnohoúhelníka, od které se má koule odrazit, a druhý bude na tento směr kolmý. Získám tím vlastně dva koeficienty, které určují lineární kombinaci těchto dvou nových vektorů – touto lineární kombinací je původní vektor směru kulečníkové koule. Zaměním nyní koeficient u vektoru kolmého na stranu mnohoúhelníka, od které se koule právě odráží, za číslo k němu opačné. Touto upravenou lineární kombinací je hledaný vektor nového směru koule.
- **Chci vizualizovat plynulý pohyb kulečníkové koule (ve skutečnosti malé kružnice) mezi dvěma zadanými body.** To provedu tak, že si nejprve vyjádřím přímku danou těmito dvěma body v parametrickém tvaru, a to tak že směrový vektor získám jako rozdíl souřadnic koncového a počátečního bodu. Podle Pythagorovy věty spočítám vzdálenost (v pixelech) těchto dvou bodů a v iteračním cyklu budu měnit hodnoty parametru, čímž získám jednotlivé body (středy kružnic). Hodnoty parametru budu měnit od 0 (počáteční bod) do 1 (koncový bod), každém kroku zvětším jeho hodnotu o 1/vzdálenost zadaných dvou bodů (dříve spočítaná).

Po vyřešení těchto problémů jsem vytvořil zmiňovaný program, který simuluje pohyb koule v mnohoúhelníkovém kulečníku. Program také označí strany mnohoúhelníku písmeny a vypisuje posloupnost stran koulí zasažených ve tvaru posloupnosti těchto písmen. Vstupní mnohoúhelník, počáteční poloha koule i počáteční směr se načítá z externího textového souboru.

# 3 Shrnutí

Tato práce stručně popisuje mé postupy při tvorbě programu pro simulaci pohybu koule v mnohoúhelníkovém kulečníku. Zabývá se spíše matematickými detaily, a proto bych rád ještě v závěru uvedl, že jsem programoval v jazyce C s využitím funkcí Windows API. Pro kompilaci a editaci zdrojových kódů jsem použil Microsoft Visual Studio .NET.

# Poděkování

Rád bych poděkoval zadavatelce práce Doc. Ing. Editě Pelantové, supervisorovi Ing. Jiřímu Mikyškovi a celému organizačnímu týmu Fyzikálního týdne.

# Reference:

[1] HUBERT, P. – TROBETZKOY, S.: *Polygonal billiards: some open problems*