

Měření měrného náboje elektronu e/m

O. Maslikiewicz, SPŠ Hronov

o.maslik@seznam.cz

P. Černý, Gymnázium Český Brod, Vítězná 616

cerny.pvl@gmail.com

Fyzikální laboratoř FJFI ČVUT, Břehová 7

Abstrakt

Měrný náboj elektronu je často používaná fyzikální konstanta. Naším úkolem bylo změřit tuto konstantu pomocí dvou metod: v kolmém a podélném magnetickém poli. Průměr námi naměřených hodnot v kolmém magnetickém poli je $e/m = (1,68144 \pm 0,085) \cdot 10^{11} \text{ Ckg}^{-1}$. V podélném magnetickém poli je tato hodnota $e/m = (1,98043 \pm 0,05) \cdot 10^{11} \text{ Ckg}^{-1}$. Tabulková hodnota pro měrný náboj elektronu je $e/m = 1,7588047 \cdot 10^{11} \text{ Ckg}^{-1}$.

1 Úvod

Měrný náboj elektronu je poměr jeho elektrického náboje k jeho hmotnosti. Pro měření jsme použili dvě metody, obě dvě založeny na pozorování zakřivení dráhy elektronů v magnetickém poli. V kolmém magnetickém poli je proud elektronů vystřelován kolmo na vektor intenzity magnetického pole, které zakřivuje trajektorii těchto elektronů do tvaru kružnice. V podélném magnetickém poli je proud elektronů vystřelován ve stejném směru v jakém působí vektor intenzity magnetického pole.

2 Měření e/m

Kolmé magnetické pole

Pomůcky

Pro tento pokus je zapotřebí vzduchotěsně uzavřená baňka naplněná vzácným plynem, popř. vodíkem za sníženého tlaku. Uvnitř baňky je katoda, která vystřeluje elektrony. Baňka je umístěna mezi Helmholtzovými cívkami, které generují homogenní magnetické pole. Dále je zapotřebí zdroj elektrického napětí a proudu a také voltmetr a ampérmetr.

Princip

Trajektorie elektronů vystřelených kolmo k magnetickému poli je zakřivována do kružnice, jejíž poloměr je určen velikostí odstředivé síly a Lorentzovy síly, které se sobě rovnají, ale působí opačným směrem. Lorentzova síla vzniká při pohybu elektronu v magnetickém poli a definujeme ji jako:

$$\vec{F}_L = e \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (1)$$

Kde: e je elektrický náboj elektronu, v je rychlost elektronu a B magnetická indukce.
Odstředivá síla působící na elektron:

$$\vec{F}_o = \frac{m \cdot v^2}{r} \quad (2)$$

Kde: m je hmotnost elektronu, v je jeho rychlost a r je poloměr kružnice opsané tímto elektronem v magnetickém poli.

Po dosazení do rovnosti pravých stran rovnic (1), (2) dostaneme rovnici:

$$\frac{mv^2}{r} = evB \quad (3)$$

Pro kinetickou energii elektronu platí:

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU \quad (4)$$

Kde: m je hmotnost elektronu, v je jeho rychlost, e je elektrický náboj elektronu a napětí U je přivedené do zařízení.

Užitím vztahů (3) a (4) dostáváme vztah pro měrný náboj elektronu:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{r^2 B^2} \quad (5)$$

Magnetická indukce B je dána vztahem:

$$B = \mu_0 \frac{NR^2}{(R^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} = kI \quad (6)$$

Kde: μ permeabilita vakua, N je počet závitů, R je střední poloměr cívek a a je polovina vzdálenosti cívek. Pro náš případ je $N=130$ závitů, $a=0,075\text{m}$ a $R=0,15\text{m}$.

Po použití vzorců (5) a (6) dostaneme vzorec:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{k^2 I^2 r^2} \quad (7)$$

Po přivedení proudu a napětí do zařízení vznikne mezi cívkami homogenní magnetické pole a z katody jsou emitovány elektrony. Díky ionizaci vodíku elektrony je v baňce emitováno světlo modré záření, které můžeme pozorovat pouhým okem. Magnetické pole způsobuje zakřivení trajektorie proudu elektronů a ty tak vytváření kružnici, jejíž průměr měříme.

Naměřené hodnoty

Pomocí voltmetru a ampermetru měříme napětí a proud přiváděný do soustavy a následně měříme průměr kružnice, který je ovlivněný kombinací předchozích veličin a dosadíme do tabulky, a pomocí tabulkového procesoru vypočítáme k a následně e/m .

| d [m] | I [A] | U [V] | k [TA ⁻¹] | e/m [C/kg] |
|---------|-------|-------|-----------------------|-------------|
| 0,120 | 1 | 200 | 0,000779291 | 1,82963E+11 |
| 0,094 | 1,3 | 200 | 0,000779291 | 1,76435E+11 |
| 0,063 | 2 | 200 | 0,000779291 | 1,65953E+11 |
| 0,102 | 1,3 | 225 | 0,000779291 | 1,68574E+11 |
| 0,067 | 2 | 225 | 0,000779291 | 1,6507E+11 |
| 0,056 | 2,5 | 225 | 0,000779291 | 1,51225E+11 |
| 0,108 | 1,3 | 250 | 0,000779291 | 1,67071E+11 |
| 0,069 | 2 | 250 | 0,000779291 | 1,72933E+11 |
| 0,102 | 1,5 | 300 | 0,000779291 | 1,68824E+11 |
| 0,078 | 2 | 300 | 0,000779291 | 1,62393E+11 |
| Průměr: | | | | 1,68144E+11 |

Tabulka č.1: naměřené hodnoty v kolmém magnetickém poli.

Výsledná hodnota pro měření v kolmém poli je: $e/m = (1,68144 \pm 0,085) \cdot 10^{11} \text{Ckg}^{-1}$

Podélné magnetické pole

Pomůcky

Pro tento pokus je zapotřebí cívka (solanoid) do níž je vsunuta osciloskopická obrazovka.

Princip

Elektrony jsou vystřelovány téměř rovnoběžně s vektorem magnetické indukce vytvořené magnetickým polem solanoidu. Elektrony nejsme schopni vystřelit úplně rovnoběžně, proto je mezi vektorem magnetické indukce a vektorem pohybu elektronu malý úhel. Tyto elektrony vytvářejí spirálu. Každý elektron vytváří spirálu s jiným poloměrem, ale všechny se střetávají v několika stejných bodech po stejné periodě. Naším úkolem je nastavit proud a napětí tak, aby tento bod byl přímo na stínítku osciloskopické obrazovky. Pak můžeme pomocí hodnot odečtených z přístrojů určit e/m . Rychlost, kterou se pohybuje elektron, můžeme rozdělit na dvě složky; na kolmou a na rovnoběžnou s vektorem magnetické indukce. Na rovnoběžnou složku této rychlosti nemá magnetická indukce žádný vliv, kolmá složka rychlosti způsobí vznik Lorentzovy síly a tedy pohyb po kružnici. Při složení těchto dvou pohybů vznikne spirála. Magnetická síla působící na elektron:

$$F = ev_k B \quad (8)$$

Kde: v_k je kolmá složka rychlosti elektronu

Tato síla musí být rovna síle odstředivé:

$$\frac{mv_k^2}{r} = ev_k B \quad (9)$$

Z tohoto vztahu můžeme vyjádřit kolmou složku rychlosti:

$$v_k = \frac{e}{m} \cdot Br \quad (10)$$

Doba T , za kterou elektron opíše celou kružnici je:

$$T = \frac{2\pi r}{v_k} = \frac{2\pi}{\frac{e}{m} B} \quad (11)$$

Ze vztahu je vidět že doba T nezávisí na poloměru kružnice.

Pro kinetickou energii elektronu platí:

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU \quad (12)$$

Elektrony vylétávají ze stejného místa a za stejnou dobu se opět setkají. Tato vzdálenost lze vyjádřit za pomoci vztahu (11):

$$l = vT = \frac{2\pi v}{\frac{e}{m} B} \quad (13)$$

Po vyjádření rychlosti v ze vztahu (12) a dosazením do vztahu (13) dostáváme vztah pro výpočet druhé mocny vzdálenosti l :

$$l^2 = \frac{8\pi^2 U}{B^2 \frac{e}{m}} \quad (14)$$

Ze vztahu (14) lze vyjádřit e/m :

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 U}{B^2 l^2} \quad (15)$$

Kde: U je napětí přivedené na osciloskopickou obrazovku
Magnetická indukce:

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I \quad (16)$$

Kde: N je počet závitů u cívky, v našem případě 174, l je délka cívky, v našem případě 0,381m

Do zařízení přivedeme napětí a měníme proud do té doby, dokud se nám na osciloskopické obrazovce nezobrazí pouze jeden bod (průsečík spirál). Poté zapíšeme hodnoty napětí a proudu do tabulky a necháme spočítat naším oblíbeným tabulkový procesorem.

| I [A] | B [T] | U [V] | e/m [C/kg] |
|---------|-------------|---------|--------------|
| 3,62 | 0,002077508 | 650 | 1,91787E+11 |
| 3,90 | 0,002238199 | 750 | 1,90658E+11 |
| 4,07 | 0,002335762 | 850 | 1,98405E+11 |
| 4,25 | 0,002439063 | 950 | 2,03361E+11 |
| 4,52 | 0,002594016 | 1050 | 1,98717E+11 |
| 4,72 | 0,002708795 | 1150 | 1,99589E+11 |
| 4,87 | 0,00279488 | 1250 | 2,03786E+11 |
| Průměr: | | | 1,98043E+11 |

Tabulka č. 2: Naměřené hodnoty v podélném magnetickém poli.

Námi naměřená hodnota v podélném poli je: $e/m = (1,98043 \pm 0,051) \cdot 10^{11} \text{ Ckg}^{-1}$.

3 Závěr

Měření měrného náboje elektronu jsme provedli dvěma metodami

a) v kolmém magnetickém poli, kde nám vyšla hodnota

$$e/m = (1,68144 \pm 0,085) \cdot 10^{11} \text{ Ckg}^{-1}$$

b) v podélném magnetickém poli, kde nám vyšla hodnota

$$e/m = (1,98043 \pm 0,051) \cdot 10^{11} \text{ Ckg}^{-1}$$

pro porovnání, tabulková hodnota je $e/m = 1,7588047 \cdot 10^{11} \text{ Ckg}^{-1}$.

Naše měření nebylo úplně přesné z důvodu zanedbání magnetického vlivu rušení a z důvodu nepřesnosti přístrojů.

Poděkování

- Našemu supervizorovi Pavlovi Linhartovi
- Fakultě jaderné a fyzikálně inženýrské ČVUT

Reference

- [1] <http://praktika.fjfi.cvut.cz/edm/node1.html>
- [2] Linhart, P., Chytka, L. *Měření e/m*
- [3] <http://cs.wikipedia.org>
- [4] Kadlčík, L., Čada, J. *e/m – měření měrného náboje elektronu*
- [5] Štoll, I.: *Elektřina a magnetismus*, Vydavatelství ČVUT, Praha, 1994