

# Rezonanční jevy na mechanických a elektrických systémech

A. Krucký, Gymnázium Dr. Emila Holuba Holice Na Mušce 1110  
J. Vejmola, SPŠE V Úžlabině 320 Praha 10  
[adamkrucky@seznam.cz](mailto:adamkrucky@seznam.cz), [vejmola.jan@seznam.cz](mailto:vejmola.jan@seznam.cz)

## Abstrakt:

Rezonance je častý jev, při kterém se výrazně zvyšuje výchylka kmitajících objektů a nastává, jestliže se vlastní frekvence objektů rovná frekvenci budící síly. Tento jev může být pozorován na mechanických soustavách stejně jako na elektrických indukčně vázaných soustavách. Naším cílem bylo zjistit vlastní frekvence mechanických a elektrických oscilátorů a vyšetřit průběh jejich rezonanční křivky.

## 1 Úvod

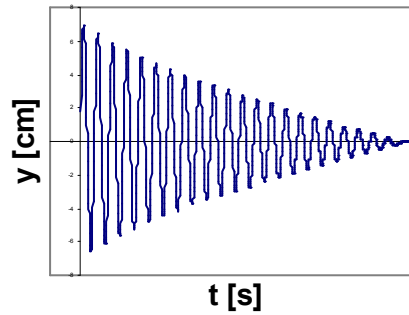
Na rezonanci se musí brát ohled při projektování staveb, strojů a hudebních nástrojů, pokud se opomene např. při stavbě mostu, může mít nedozírné následky, ovšem v elektronice díky rezonancím můžeme např. poslouchat rádio. 7. listopadu 1940 se v důsledku rezonance vyvolané větrem zřítíl most v USA přes řeku Tacoma. Most byl projektován, aby odolal poryvům větru o rychlosti 150km/h zde stačila rychlost 70km/h, protože frekvence poryvů větru odpovídala vlastní frekvenci mostu.

Pokud se oscilátor vychýlí z rovnovážné polohy a nechá kmitat bez působení vnějších sil, bude kmitat vlastní frekvencí, která je daná jeho konstrukcí a materiálem. Pokud začneme oscilátoru periodicky dodávat energii s frekvencí odpovídající jeho vlastní, dojde k rezonanci, tzn. prudce se zvýší výchylka oscilátoru.

To samé se děje u elektrických RLC obvodů. Zde je impedance obvodu závislá na frekvenci napětí, kterou lze považovat opět za vlastní. Pokud se dostane frekvence napětí do rezonance prudce poklesne impedance, tj. napětí na výstupu prudce vzroste.

## 2 Mechanická rezonance

Nejprve jsme nechali mechanický oscilátor (pružinu) kmitat samovolně a ze známého časového intervalu určili frekvenci spočítáním period, viz. Graf 1. Zde jsme naměřili vlastní frekvenci:  $f_0 = 1,681Hz$ .



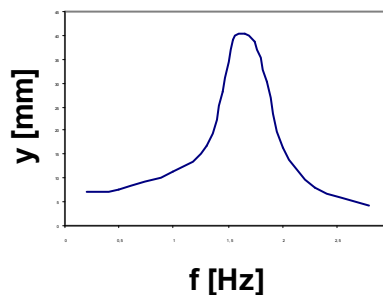
Graf 1: Průběh kmitů v čase bez vnějšího buzení

Potom jsme experimentálně změřili tuhost pružiny a ze vztahu:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.1)$$

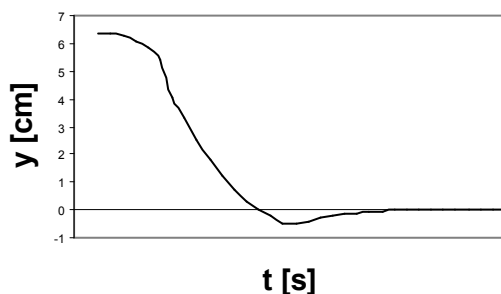
kde  $f_0$  je vlastní frekvence pružiny,  $k$  je tuhost a  $m$  je hmotnost závaží na pružině (pro  $k$ ,  $m$  naměřili  $k = 6,278 \text{ Nm}^{-1}$  a  $m = 55,25 \text{ g}$ ) nám vyšla teoretická hodnota vlastní frekvence pružiny  $f_0 = 1,740 \text{ Hz}$ .

Dále jsme hledali vlastní frekvenci tak, že jsme sledovali, kdy se pružina dostane do rezonance tím, že jsme měnili budící frekvenci. Rezonance nastala, když byla výchylka oscilátoru největší. Zde nám vyšlo pro  $f_0 = 1,65 \text{ Hz}$ .

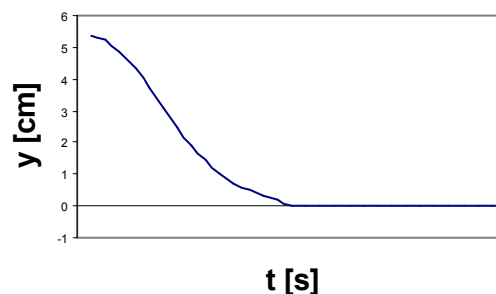


Graf 2: Závislost výchylky na frekvenci vnějšího buzení

Působením vířivých proudů v magnetickém poli dochází k útlumu kmitů. Mohou nastat tři stavy. Podkritická mez viz. Graf 1.



Graf 3: Kritická mez



Graf 4: Nadkritická mez

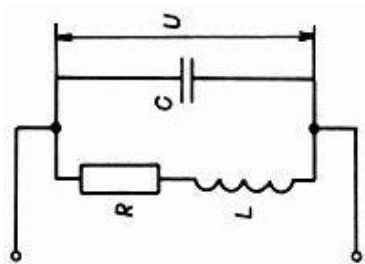
U námi použitého oscilátoru jsme dosáhli kritické meze při vzdálenosti magnetů 7,9mm a nadkritická mez nastala při vzdálenosti magnetů 6,55mm.

### 3 Elektrická rezonance

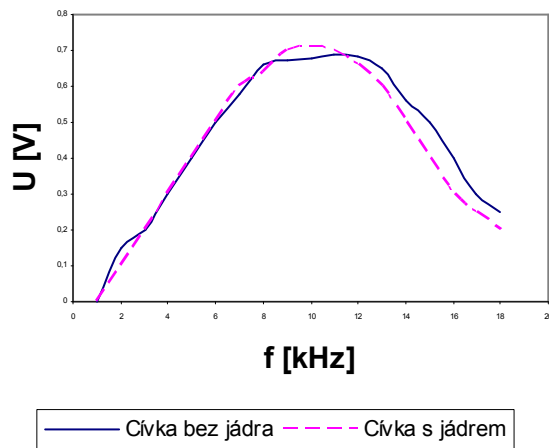
Nejprve jsme hledali rezonanční frekvenci RLC viz obr. 1. Zde se dá popsat vlastní frekvence obvodu vztahem:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{L}\right)^2} \quad (3.1)$$

kde  $L$  je indukčnost cívky,  $C$  je kapacita kondenzátoru a  $R$  je odpor. Měření jsme provedli jak pro cívku bez jádra tak s jádrem.

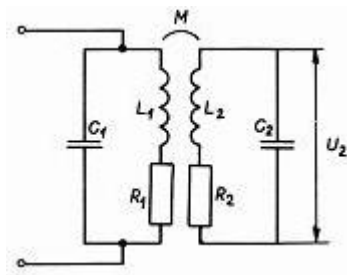


Obrázek 1: Schéma zapojení RLC obvodu [4]



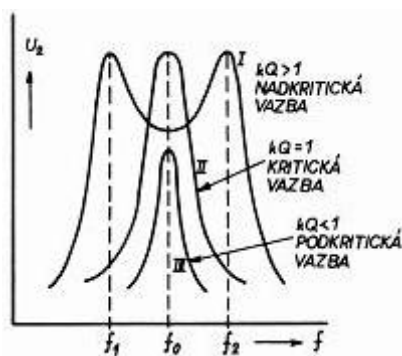
Graf 5: Rezonanční křivka, závislost napětí na frekvenci

Nakonec jsme zkoumali dva paralelní rezonanční obvody, které jsou spolu vázány. Pokud dva obvody odladíme na stejnou frekvenci, pak se energie z jednoho obvodu bude přenášet do druhého obvodu. Často se používá induktivní napěťová vazba, kterou popisuje obr. 2. Stejně zapojení jsme použili i my.



Obrázek 2: Induktivně vázaný rezonanční obvod [4]

My jsme obvod odladili pro vzdálenost cívek 3,5cm na frekvenci 138,28kHz. Kondenzátor nastavili na kapacitu 699pF, proto aby i druhý obvod byl při stejné frekvenci v rezonanci. Po odladění jsme dosáhli tzv. podkritického stavu. Kritický stav nastal při vzdálenosti cívek 2,5cm a pro nadkritický stav vzdálenost cívek 1,5cm. Při nadkritickém stavu se vyskytují dvě rezonanční frekvence, symetricky položené od frekvence na který jsme vyladili obvod.



Obrázek 3: Napěťové rezonanční křivky induktivně vázaného obvodu [4]

$$f_0 = 138,28\text{kHz}$$

$$f_1 = 136,04\text{kHz}$$

$$f_2 = 142,16\text{kHz}$$

→ námi naměřené hodnoty

## 4 Závěr

Zabývali jsme se rezonančními jevy. U mechanického oscilátoru (pružina) jsme vlastní frekvenci oscilátoru zjišťovali třemi způsoby. Z grafu nebuzeného kmitání, teoreticky výpočtem a nakonec hledáním největší výchylky při buzení kmitáním s proměnlivou frekvencí. 1. a 3. způsob si odpovídají a od teoretického výpočtu se mírně liší. Rozdíl ve výsledcích může být způsoben nepřesným odečítáním výchylky oscilátoru. Z grafů je vidět, že u elektrických rezonančních obvodů se jedná o stejný princip jen s jinými veličinami. A vzhledem k hodnotám frekvence řádově 5x vyšší na námi použitých oscilátorech můžeme říci, že grafy elektrické rezonance nejsou tolik přesné.

## Poděkování:

Děkujeme fakultě FJFI, organizátorům, supervizorovi M. Svobodové.

## Reference:

- [1] ING. TARÁBEK, P., CSC – MGR. ČERVINKOVÁ, P.: *Odmaturuj z fyziky*, Didaktis 2004, 94 – 96
- [2] Kolektiv autorů FT: *Fyzikální týden: Sborník příspěvků*, FJFI ČVUT, 2005, 34-37
- [3] [http://www.vtm.cz/Modules/\\_Common/Print.aspx?Id=946&sid=5](http://www.vtm.cz/Modules/_Common/Print.aspx?Id=946&sid=5), 3. 6. 2008
- [4] <http://praktika.fjfi.cvut.cz/Resonance/node1.html>, 3. 6. 2008
- [5] <http://rumcajs.fjfi.cvut.cz/fyzport/Mechanika/HarmOscilator/osc.pdf>, 3. 6. 2008