

Úvod do chaotické dynamiky

R. Kolářová, Gymnázium Šternberk, raduska.kolarova@gmail.com

J. Čeřovská, Gymnázium Česká Lípa, julinka.c@seznam.cz

D. Kec, Gymnázium Jiřího Ortena, david.kec@email.cz

J. Müller, Gymnázium Hády, Brno, Johnny.muller@seznam.cz

P. Halbich, Gymnázium Žďár nad Sázavou, halbich.p@hotmail.com

Abstrakt

Úvod do chaotické dynamiky nás seznámil s fungováním dynamických systémů a ovlivňováním jejich průběhu při změně vstupních podmínek. V tomto příspěvku uvádíme základní pojmy z oblasti chaotické dynamiky a příklady a výsledky některých pokusů a simulací.

1) Úvod

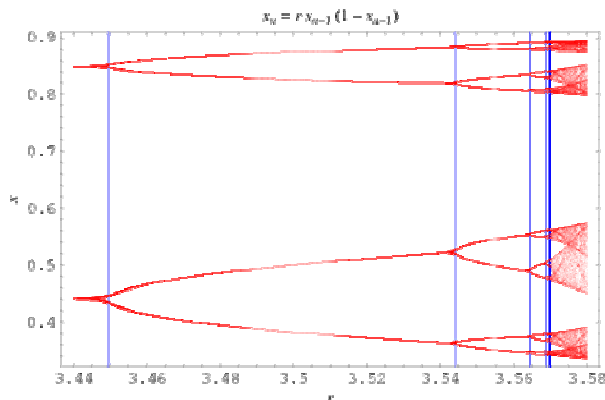
Chaos [1] v běžném slova smyslu znamená nedostatek řádu. **Deterministický chaos** je typ chování dynamických systémů, které jsou v omezeném neperiodickém neutuchajícím pohybu. Tabor [2] uvádí: „By a chaotic solution to a deterministic equation we mean a solution whose outcome is very sensitive to initial conditions (ie, small changes in initial conditions lead to great differences in outcome) and whose evolution through phase space appears to be quite random.“

Nejznámějším příkladem je asi efekt motýlích křídel - pokud i nepatrně změním vstupní podmínky systému, má tato změna zásadní vliv na chování tohoto systému v budoucnu. Přestože se z počátku zdá, že tomu tak není, s dostatečným časovým odstupem zjistíme, že tato nepatrná změna naprosto změnila chování systému. Pokud tyto změny počátečních podmínek nejsme schopni zaznamenat, pak se jeví chování systému jako chaotické. S tímto tvrzením poprvé přišel v roce 1979 E. Lorenz ve své přednášce *“Predictability: Does the flap of the butterfly’s wings in Brazil set off a tornado in Texas?”*. Odtud pochází i pojmenování tohoto jevu.

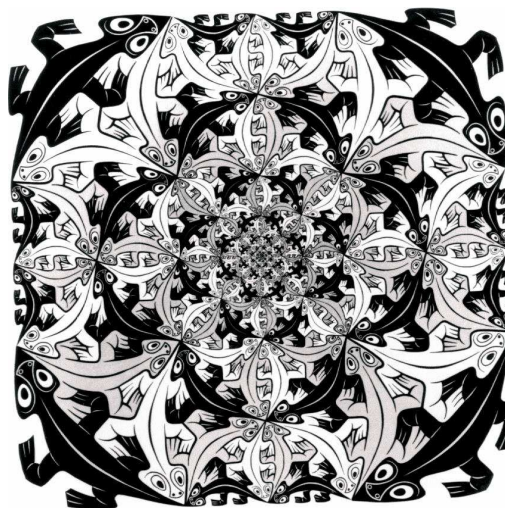
Fázový prostor je prostor, ve kterém zobrazujeme časovou změnu určité veličiny v závislosti na této veličině. Množina bodů ve fázovém prostoru, ke kterému je dynamický systém přitahován, se nazývá **atraktor**.

Bifurkace znamená dělení vývoje stavu systému na více částí. U většiny systému k bifurkaci nedochází, ale některé systémy dosáhnou bifurkace při dosažení kritických hodnot, viz graf 1.

Fraktál je objekt se zdánlivě složitou strukturou, který lze složit z velice jednoduchých objektů, viz obr. 1.



Graf 1. Bifurkace [1]



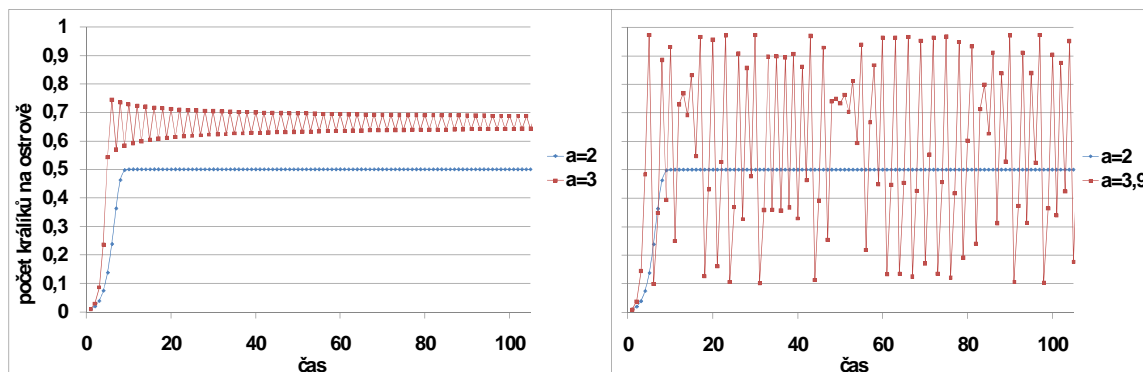
Obrázek 1. M. C. Escher, Smaller and Smaller, 1956

2) Teoretická část

Nejdříve jsme zkusili namodelovat několik příkladů využívajících teorie deterministického chaosu.

Králíci na ostrově

Vezměme si omezeně velký ostrov, který uživí pouze omezené množství králíků, a nechme je se rozmnožovat. Vývoj populace v závislosti na rychlosti rozmnožování a umírání může vypadat následovně:

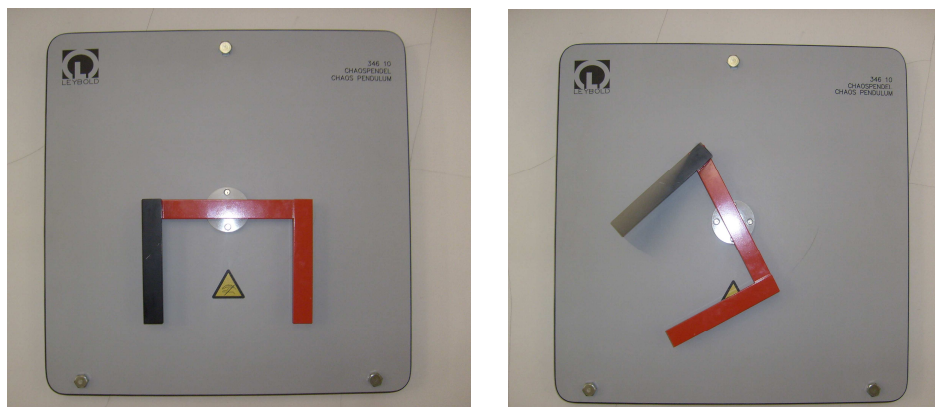


Graf 2. Vývoje populací králíků: ustálený a periodický stav systému (vlevo), chaotický stav (vpravo).

- Populace bude růst až do doby, kdy na ostrově bude právě tolik králíků, kolik ostrov uživí, a poté bude vývoj stagnovat.
- Populace bude růst až do doby, kdy bude počet králíků periodicky kmitat.
- Populace bude růst až do fáze chaotického kmitání.

Dvojité kyvadlo

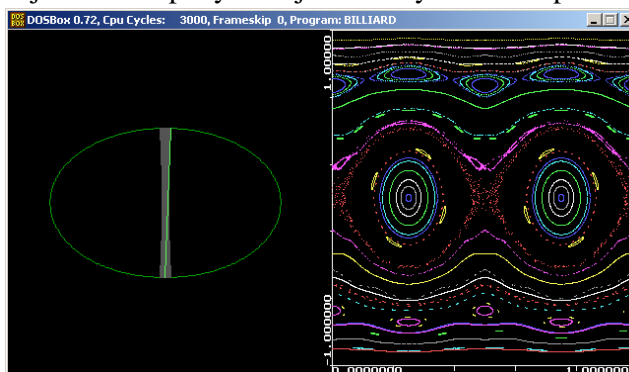
Dvojité kyvadlo je zařízení pro demonstraci chaotického pohybu. Skládá se ze dvou částí, spojených čepem, viz obr. 2.



Obrázek 2. Dvojité kyvadlo: černé rameno je připevněno volně a jeho pohyb je chaotický.

Billiard

Billiard je počítačový program, který simuluje chaotické chování na základě vstupních parametrů a výstupem je animace pohybu objektu ve vymezeném prostoru a ve fázovém prostoru.



Obrázek 3. Výstup z programu billiard

4) Praktická část

Elektrický generátor chaosu

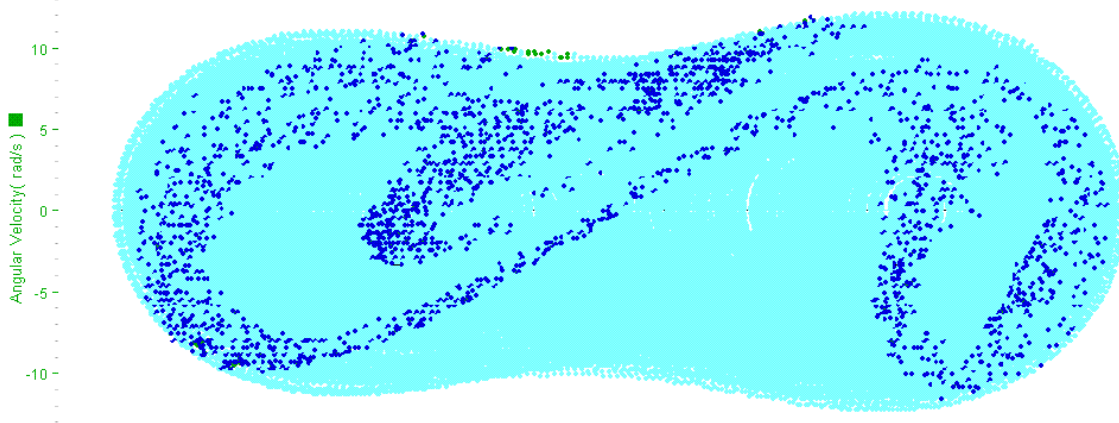
Funguje na jednoduchém principu, kdy se výstupní signál zesiluje, umocňuje a vrací zpět do obvodu (tzv. zpětná vazba). Generátor je napojen na osciloskop, kde můžeme sledovat výstup napětí a jeho časové změny (derivace), viz obr. 4.



Obrázek 4. (nahore, generátor chaosu napojený na osciloskop) a 5. (vpravo, kyvadlo)

Kyvadlo

V našem pokusu jsme použili soustavu dvou pružin vedených přes kladku, přičemž jsme soustavě neustále dodávali energii v podobě motorku s excentrem (převádí rotační energii na pohybovou), viz obr. 5. Systém byl tlumen třením a magnetem. Vhodným nastavením systému jsme vyvolali chaotický pohyb, nicméně jsme zjistili, že se změnou parametrů měl systém tendenci sklouzávat do stabilního, předvídatelného systému.



5) Diskuze

Je třeba podotknout, že naše měření byla zatížena nestálými podmínkami při zaznamenávání hodnot, zvláště pak neustále měnící se teploty a proudy vzduchu. Také je třeba vzít v úvahu únavu materiálů.

6) Závěr

Deterministický chaos je složitý typ chování deterministického systému. Provedli jsme několik experimentů (elektronický generátor chaosu, poháněné nelineární kyvadlo, dvojkyvadlo) a simulací (králíci, dvojkyvadlo, billiard) znázorňujících danou problematiku.

7) Poděkování

Chtěli bychom poděkovat našemu supervizorovi Antonínu Krásovi, dále pak ČVUT, Fakultě jaderné a fyzikálně inženýrské za možnost zúčastnit se Fyzikálního týdne a dozvědět se tak něco nového o chaotické dynamice

8) Reference

[1] [Weisstein, Eric W.](http://mathworld.wolfram.com/Chaos.html) "Chaos." Z *MathWorld*--A Wolfram Web Resource.
<http://mathworld.wolfram.com/Chaos.html>

[2] Tabor, M. *Chaos and Integrability in Nonlinear Dynamics: An Introduction*. New York: Wiley, 1989, s. 34

[3] [Weisstein, Eric W.](http://mathworld.wolfram.com/Bifurcation.html) "Bifurcation." From *MathWorld*--A Wolfram Web Resource.
<http://mathworld.wolfram.com/Bifurcation.html>