

# Praktické využití programu Mathematica

Autoři: Vojta Cvrček, Marcel Rodák, Vítek Růžička

Gymnázium Vítězná pláň, Mendelovo gymnásium Opava,  
Gymnázium Vítězná pláň

## Abstrakt:

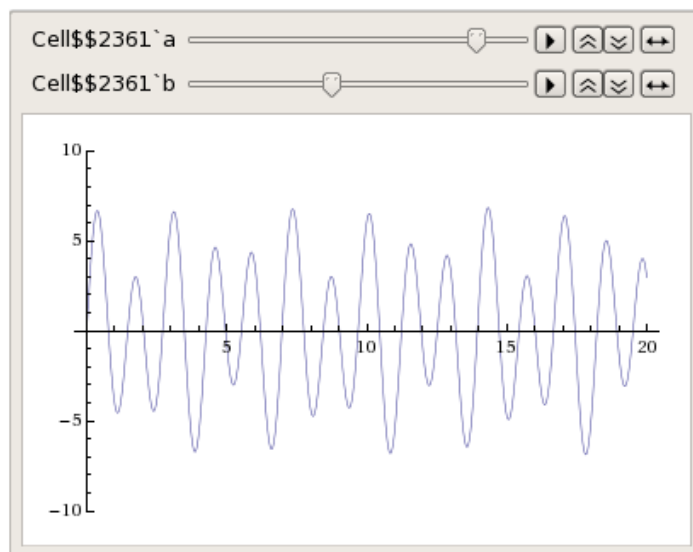
Počítačové algebraické systémy (PAS) jsou určeny především k řešení matematických problémů. Stejně tak jako matematik systémy PAS ovládají pravidla algebry a matematické analýzy, které se učíte ve škole. PAS například umí řešit rovnice, zjednodušovat výrazy, počítat derivace či integrály a kreslit grafy. PAS pracují přímo se symboly, kterými jsou např. rovnice tvořeny, což znamená, že zachovávají obecnost tak dlouho, dokud nepotřebujeme číselnou odpověď. PAS umí vykreslovat nejen grafy dvojrozměrné či trojrozměrné, ale také v nich lze tvořit pokročilejší grafiku, jako např. animace, pole vektorů, parametrické křivky nebo dynamické systémy.

## 1 Úvod

Úvodní informace (motivace, současný stav problému)  
Simulací a vizualizací příkladů, lze rychle dojít k řešení a hlubšímu pochopení tematiky. Osvojením PAS toho lze docílit. V našem projektu jsme se soustředili na Fraunhoferovu difrakci a na lom paprsků. Pouhým dosazením do vzorce nelze získat širší vhled. Mocný nástrojem na simulaci a vizualizaci matematických, fyzikálních, chemických, biologických příkladů a problémů se ukázala Mathematica [1]. Přestože známe nekonečné řady jiných PASů, Mathematica se po pečlivém výběru jeví jako nejlepší. Po dvoudenním potýkání představujeme dva příklady, na nichž jsme si vyzkoušely základní operace s rovnicemi a vizualizaci.

## 2 Interference vlnění

Interference neboli sčítání vln funguje jak pro vlny elektromagnetické tak pro mechanické. Nastává v případě když se dvě nebo více vln „srazí“ a jejich tvar se změní z jednoduché sinusoidy na sinusoidu složenou. V programu Mathematica jsme našli příkaz Animate a rovnicí vektorového skládání vln a převedli jsme to na grafickou podobu.



Obrázek 1 - animace

### 3 Fraunhoferova difrakce

Jako pro středoškoláky pro nás je Fraunhoferova difrakce těžko představitelná. Od vizualizace jsme si slibovaly lepší pochopení než z pouhého vzorce. Použili jsme již zmíněnou Mathematicu. Potýkali jsme se se syntaxí Mathematicy, která má naštěstí výbornou dokumentaci [2]. Ke každému příkazu má mnoho ukázek použití. Ještě víc jsme ocenili množství demonstračních ukázek a hotových kódů na stránkách Wolfram Mathematicy [3].

Zapsali jsme vzorec z učebnice Základy fotoniky 1 [4] pro Fraunhoferovu difrakci do programu a dosadili hodnoty.

Pomocí příkazu Manipulate jsme připravili proměnné do podoby táhel, se kterými můžeme upravit podobu výsledného grafu (obrázek 2). Uvnitř Manipulate jsme dali Plot3D, příkaz k vykreslení 3D grafu. Zakončili jsme syntaxí pro posuvníky a

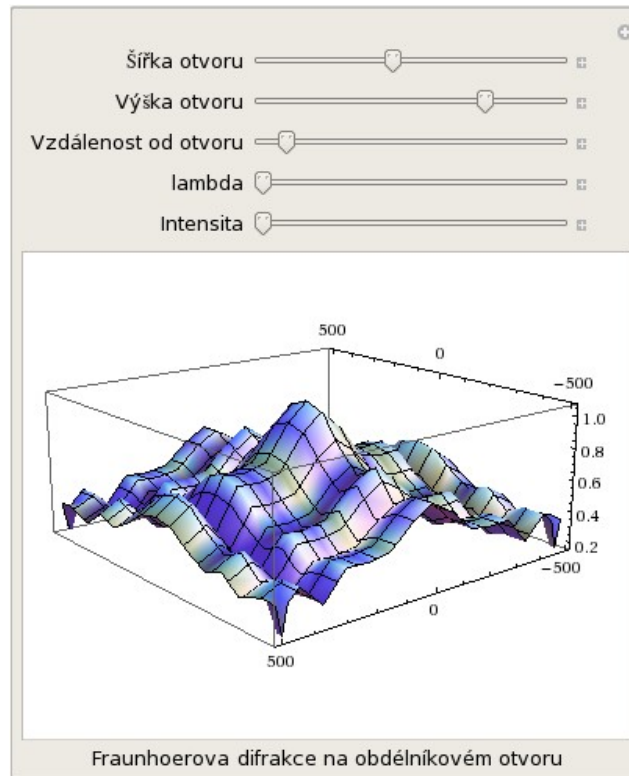
```

In[7]:= Manipulate[
  Plot3D[Funkce[x, y, Dx, Dy, d, lambda, Io]^(1/10), {x, -k, k}, {y, -k, k},
    {{Dx, 5, "Šířka otvoru"}, 1, 10}, {{Dy, 5, "Výška otvoru"}, 1, 10}, {{d, 0.59, "Vzdálenost od otvoru"}, 0.01, 10},
    {lambda, 370, 750}, {{Io, 1, "Intensita"}, 1, 100},
    FrameLabel -> "Fraunhoferova difrakce na obdélníkovém otvoru"
  ]

```

Obrázek 2 – použití příkazu Manipulate

graf jsme si nechali vykreslit (obrázek 3).



Obrázek 3 – výsledek

V porovnání s konvenčními programovacími jazyky je Mathematica uživatelsky příjemnější a rychlejší. Zejména díky již zmiňované dokumentaci. Vytvořené řešení nelze přehrát na každém počítači, natož pak měnit postup. Na stránkách Wolframu je zadarmo ke stažení přehrávač \*.nb souborů, coby dokumentů Mathematicy. Exportovat obrázek jde samozřejmě kamkoliv. S politováním musíme uznat, že kdyby Mathematica běžela na Javě, jako například Geogebra, a byla by levnější, našla by si cestu k mnohem více lidem.

## 4 Lom paprsku

Dalším příkladem, kterým jsme se zabývali byl paprsek lámající se v optickém prostředí. Inspirovali jsme se demonstračním příkladem. Náš program je však narozdíl od demonstračního ve 3D prostředí a umožňuje uživateli volbu tloušťky a optické mohutnosti optického prostředí. 3D prostředí Mathematicy umožňuje uživateli rotaci podle os, tedy lepší představu.

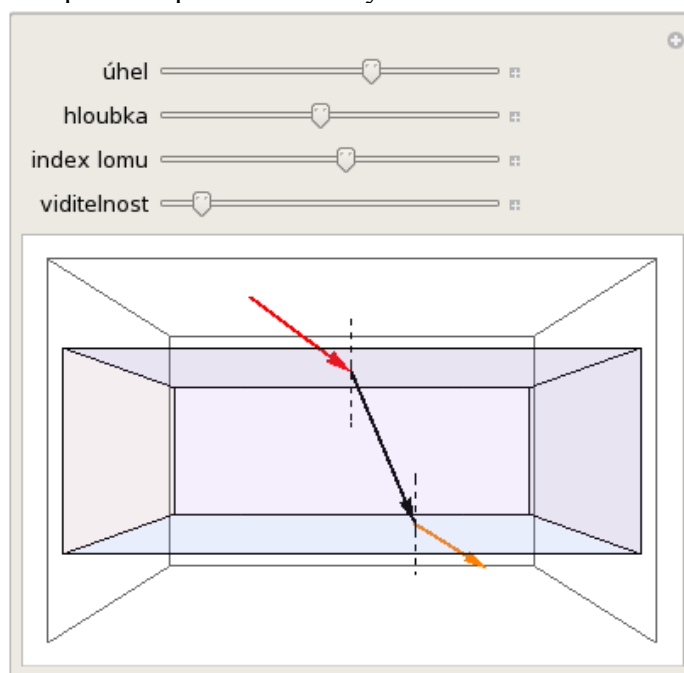
```

In[2]:= Manipulate[
Graphics3D[{{LightCyan, Opacity[op], Cuboid[{0, 0, 1}, {4, 4, d+1}], Black, Opacity[1], {Dashed, Line[{{(2, 2, d+1.5'), (2, 2, d+0.5')}}]},
Thick, Red, Opacity[1], Arrow[{{-Sin[al], -Sin[al], Cos[al]} + {2, 2, d+1}, {2, 2, d+1}}]},
With[{{beta$ = ArcSin[ $\frac{\text{Sin}[al]}{n}$ ], x$ = Sqrt[ $\frac{d^2 - d^2 * (\text{Cos}[ArcSin[\frac{\text{Sin}[al]}{n}]]^2}{(\text{Cos}[ArcSin[\frac{\text{Sin}[al]}{n}]]^2)}$ ]},
{Thin, Black, Opacity[1], {Dashed, Line[{{(2+x$, 2+x$, 1.5'), (2+x$, 2+x$, 0.5')}}]}, Thick, Black, Arrow[{{(2, 2, d+1), (2+x$, 2+x$, 1)}}]},
With[{{gamma = ArcSin[n Sin[ArcSin[ $\frac{\text{Sin}[al]}{n}$ ]]], x$ = Sqrt[ $\frac{d^2 - d^2 * (\text{Cos}[ArcSin[\frac{\text{Sin}[al]}{n}]]^2}{(\text{Cos}[ArcSin[\frac{\text{Sin}[al]}{n}]]^2)}$ ]},
{Orange, Arrow[{{(2+x$, 2+x$, 1), (Sin[gamma], Sin[gamma], -Cos[gamma]) + {2+x$, 2+x$, 1}}]}, ViewPoint -> Front],
{{al, 0, "úhel"}, 0, Pi/2}, {{d, 1, "hloubka"}, 0, 3}, {{n, 2, "index lomu"}, 1, 3}, {{op, 0.1, "viditelnost"}, 0, 1, 0.05}
]

```

Obrázek 4 – ukázka složitosti kódu

Mathematica umožňuje dodat grafický vzhled ke grafům a proto je část kódu (na obrázku 4) přebytečná z pohledu pouhé efektivity.



Obrázek 5 – výsledek lomu paprsku

Ve výsledné podobě je projekt připraven a vhodný ke studiu optiky.

### 3 Shrnutí

Matematice lze vytknout poněkud nepříjemná syntaxe závorek. Průměrného českého uživatele (nás ne) nutí neustále přepínat mezi českou a anglickou klávesnicí. Samotný zápis je nepřehledný. Při práci s grafikou (Lom paprsku) se nám na konci příkazů kumulovaly závorky a ztěžovalo to eliminaci chyb. I přes tyto malé neduhy si lze na syntaxy Matematiky zvyknout a po zorientování využívat její mnohé klady. Výhodou je ohromná databáze příkladů a řešených programů, ze kterých se lze snadno poučit a inspirovat.

### Poděkování

Závěrem bychom rádi poděkovali našemu PAS guru Dr. Ing. Milanu Šiňorovi. Také děkujeme Ing. Vojtěchu Svobodovi Csc. Děkujeme obrům, na jejichž ramenech jsme stáli. V neposlední řadě FJFI ČVUT.

### Reference:

- [1] Mathematica Wolfram 7: <http://www.wolfram.com/> červen 2010
- [2] Mathematica Wolfram 7 Documentation Center
- [3] Mathematica Demonstration Project <http://demonstrations.wolfram.com/> červen 2010
- [4] BAHAA E. A. SALEH A MALVIN CARL TEICH, *Základy fotoniky 1*, MATFYZPRESS, rok 1994, strany 30–31 a 139–142