

Počítačové simulace fyzikálních problémů

Martina Štarhová
Ondřej Borovec
Michal Roubalík

Gymnázium Šumperk
Gymnázium Vysoké Mýto
Gymnázium Olomouc – Hejčín

starhova.Martina@seznam.cz
o.borovec@gmail.com
roubalikm@seznam.cz

Abstrakt:

Počítačové simulace jsou již řadu let významným prostředkem pro pochopení fyzikálních procesů. V projektu jsou simulovány šikmé vrhy s různými vlivy prostředí. Cílem projektu je ukázat možnosti simulací na jednoduchém problému pro analogickou představu o jejich využití ve vědě či technice.

1 Úvod

Náplní projektu bylo zpracování čtyř úloh popisujících šikmý vrh v různých podmínkách, první úloha popisovala pohyb bez vlivu prostředí, tak jak ho známe z lavic středních škol. Druhá úloha popisovala daný pohyb v prostředí s vlivem odporové síly, ve třetí úloze byly zohledněny náhodné síly ovlivňující let daného tělesa. Ve čtvrté úloze byly zohledněny všechny výše zmíněné vlivy. Výpočty byly prováděny v simulačním programu připraveném naším supervizorem Ing. Hynkem Lavičkou PhD. Program jsme z časových důvodů nemohli vytvořit sami, proto jsme mnoha pokusy testovali chování daného procesu při změnách vstupních parametrů (úhlu α , rychlosti v , odporové síly r a flukтуаčních sil f).

2 Modely a jejich funkce

Modely dané úlohy počítaly Eulerovou metodou řešení diferenciálních rovnic, obecně se dá říci, že tato metoda daný proces rozdělí na malé části během kterých se vlastnosti procesu změni jen zanedbatelně, ve skutečnosti se vlastnost téměř nepozorovatelně změni, s rostoucím počtem takových dílků však chyba narůstá. Elementárním vztahem popisujícím tento problém je rovnice $F = dp/dt$ která je derivací hybnosti (p) podle času (d)

První model je řešen jednoduše podle vztahu (1), který je znám již ze střední školy.

$$d = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha \quad (1)$$

Pro názornost můžeme dosadit hodnoty $\alpha=45^\circ$ a $v_0=100\text{m/s}$ a dostaneme přibližně $d=1020\text{ m}$

Druhý model, jak již bylo řečeno, zohledňuje odporovou sílu prostředí (např. vzduchu), tato síla je vyjádřena vztahem (2). Odporové síly prostředí způsobují, že trajektorie letu tělesa je kratší z důvodu ztráty energie při interakcích s molekulami okolního prostředí (např. vzduchu).

$$F = \frac{1}{2} S \rho v^2 \quad (2)$$

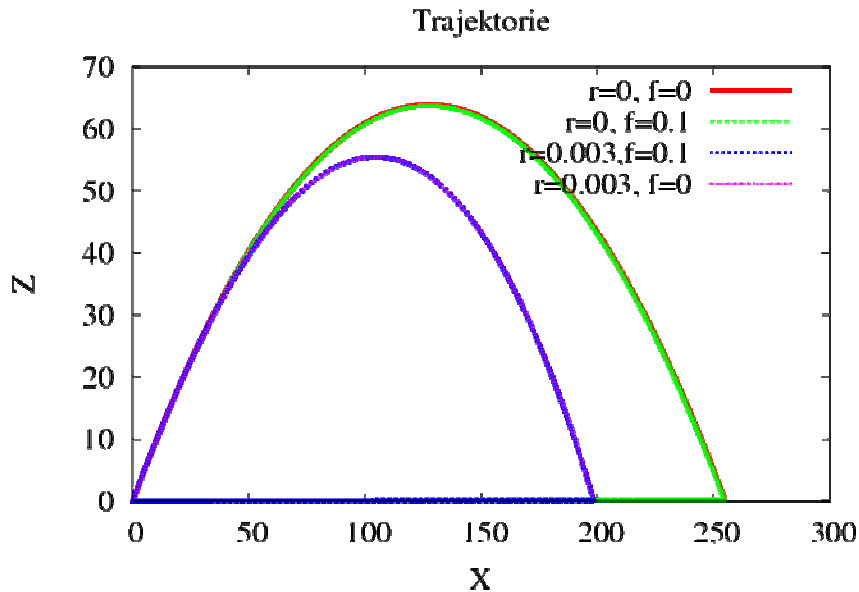
Přičemž máme zadán parametr $r = C_x \cdot \frac{1}{2} \rho S$

Ve třetím modelu byly zohledněny takzvané flukтуаční síly, které v modelu mají náhodnou velikost a směr, a v každé části výpočtu se mění. Tyto síly ovlivňují trajektorii tělesa a mění její tvar i délku (viz obr 1).

Čtvrtý model propojuje předchozí tři a vytváří simulaci, která se už realitě velmi blíží.

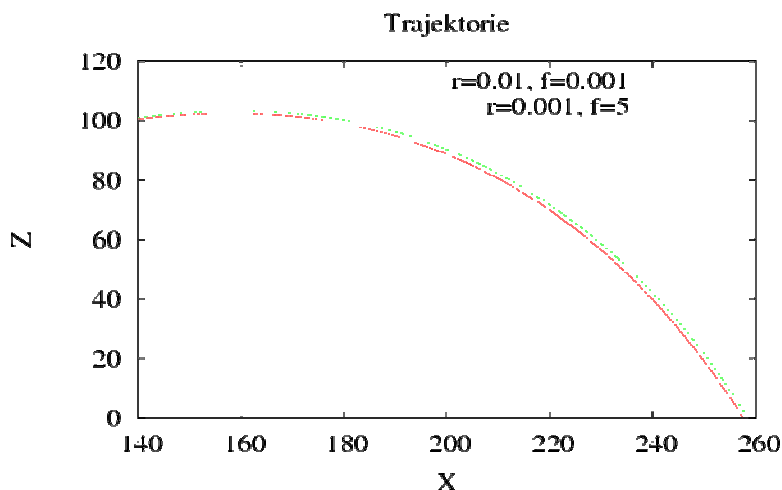
Při zadání parametru 0,03 pro odpor vzduchu do modelu s pouze odporem vzduchu zjistíme, že se dráha i délka vrhu razantně změnila. Při znázornění trajektorie do stejného grafu zjistíme, že odpor vzduchu způsobil, že délka je menší a od poloviny letu se dráha zásadně liší od předchozí paraboly. (viz obr1)

Obr 1



Obecně tedy můžeme říct, že odpor vzduchu zkracuje dostřel a to tak, že snižuje rychlost ve směru osy x i osy y .

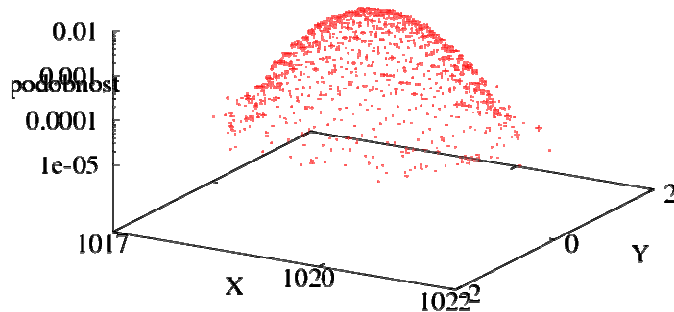
Při použití simulace s vlivem fluktuace vzduchu byla zadána hodnota $f = 0.1$. Dopadová plocha je rozdělena na malé čtverce o straně 0.1 m. Možná odchylka od základní dráhy letu je zvětšuje s dobou letu, protože těleso je delší dobu vystaveno působení sil ovlivňujících jeho trajektorii. Na obrázku 2 je možné pozorovat malý výřez z dráhy letu šikmého vrhu, kde je dobře viditelná odchylka způsobená fluktuací vzduchu, která ovlivní výslednici i v ose y , proto je přiložen histogram dopadu (viz Obr 3), na kterém osy x a y reprezentují plochu dopadu a osa z pravděpodobnost, s jakou těleso dopadne právě do dané oblasti.



Obr 2

Statistika dopadu

Obr 3

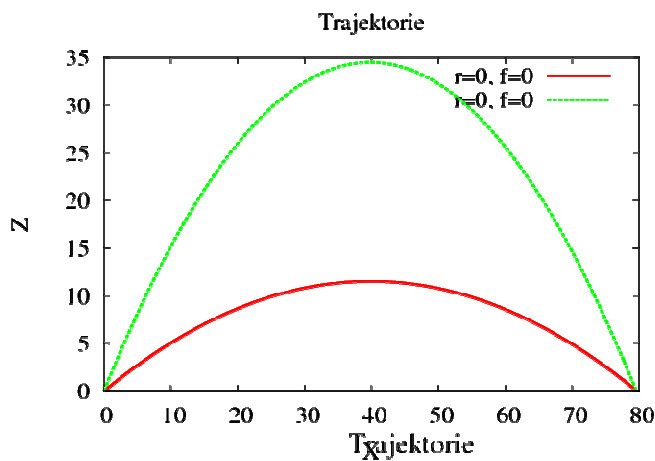


3 Třicet a šedesát stupňů

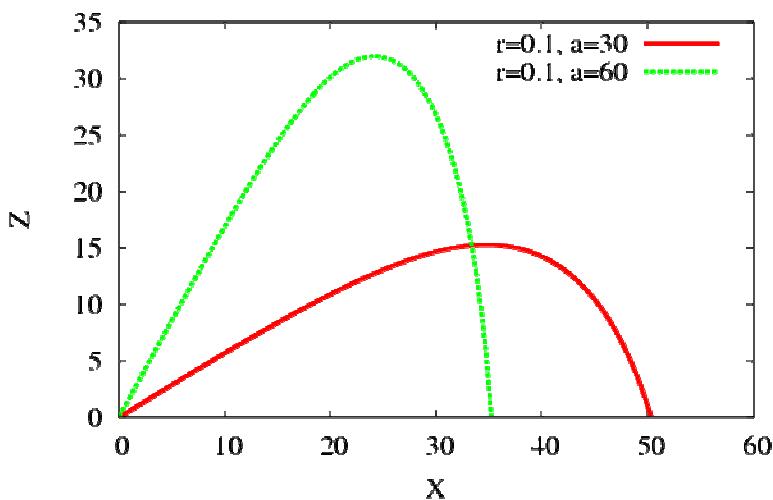
Zajímavý vztah platí mezi šikmými vrhy pod třiceti a šedesáti stupni. Pro základní výpočet bez odporových sil či fluktuace vzduchu platí vztah (1). A protože platí, že

$$\sin 2 \times 30^\circ = \sin 2 \times 60^\circ,$$

Je dostřel pro oba úhly shodný. V případě, že počáteční rychlost bude u obou vrhů totožná (Obr 4).



Obr 4



Obr 5

Ovšem jakmile použijeme model s odporem vzduchu, zjistíme, že to co jsme zjistili na střední škole neplatí, protože vrh pod úhlem třiceti stupňů letí dál, ale kratší dobu, a u šedesáti stupňového vrhu je to naopak(Obr 5).

Při použití třetího modelu s využitím pouze fluktuace vzduchu zjistíme, že dopadnou na stejné přibližně stejné místo, ale s pouze malou pravděpodobností, že dopadnou na totožné místo. Místo dopadu bude označeno dvěma histogramy kde histogram šedesátistupňového vrhu bude větší.

Nakonec když použijeme reálný model zjistíme, že kvůli odporu vzduchu jsou opět místa dopadu dál od sebe, ale při počáteční rychlosti nepřesahující rychlost XX (kterou jsme zjistili experimentálně) je stále malá šance, že tělesa díky fluktuaci vzduchu dopadnou na sebe. Tato šance se zmenšuje se zvyšující se počáteční rychlostí.

Shrnutí

Na výše zmíněných příkladech byly ukázány nejrůznější možnosti využití simulačního programu pro jeden problém, které obecně daný problém upřesnily v teoretické rovině a statisticky vyjádřily možnosti průběhu popisovaného problému, což hraje velkou roli hlavně ve vědě, technice, ekonomii a všech dalších oborech, ve kterých matematika má nezastupitelnou úlohu.

Poděkování

Rádi bychom poděkovali našemu supervizorovi Ing. Hynkovi Lavičkovi za pomoc při realizaci projektu a hlavně za přípravu simulačních programů, na kterých byl problém simulován.