

Resonanční jevy na mechanických a elektrických oscilátorech

D. Krpelik

Gymnasium, Ostrava-Hrabuvka

shadowdancer@seznam.cz

Abstrakt:

Práce se věnuje porovnání mechanických a elektrických rezonančních jevů. Zajímaly nás společné znaky obou systémů. Pro mechanický i elektrický oscilátor jsme provedli předpovědi rezonančních frekvencí ze známých parametrů obou systémů. Tyto předpovědi jsme spolu s obecným teoretickým popisem rezonančních křivek ověřili praktickým měřením. Naše měření předchozí předpoklady a výpočty potvrdila.

1 Úvod

Oscilace jsou jedním ze základních pohybů ve vesmíru. V přírodě platí zákon nejnížší energie, kdy se tělesa snaží zaujmout polohu s nejnížší možnou potenciální energií (například elektrony v obalu atomu). Pokud jim nějakou počáteční energii dodáme, budou se ji snažit zredukovat na nejmenší možnou – přeměnit na jiné formy. V principu ji přeměňují na energii kinetickou. Když se všechna potenciální energie přemění na kinetickou, dojde v důsledku setrvačnosti oscilujícího tělesa zpět k přeměně kinetické energie na potenciální. Proces se periodicky opakuje a v praxi mluvíme o tom, že těleso kmitá. Část energie kmitání se přeměňuje zejména na energii tepelnou a ze systému se ztrácí. V tomto případě mluvíme o tlumených kmitech.

Pokud začneme oscilátoru periodicky dodávat energii, oscilátor se této budící frekvenci přizpůsobí a začne jí kmitat. To ale ovlivní amplitudu kmitu, která je úměrná přenesené energii. Oscilátor má tendenci kmitat svou frekvencí, takže budící síle klade jakýsi odpor. Čím více se blížíme právě k vlastní frekvenci oscilátoru, tím více se tento odpor snižuje. Resonance je tedy stav, kdy, za ideálních podmínek, oscilátor klade budící síle nulový odpor.

Elektrické oscilátory fungují obdobně. Role potenciální a kinetické energie přejímá energie kondenzátoru a cívky. Tlumené kmity vznikají disipací energie na odporech elektrického systému. Při periodickém střídavém proudu vzniká na kondenzátoru a cívce zdánlivý odpor – reaktance. Ten je závislý právě na frekvenci střídavého proudu v obvodu. Resonance na systému nastává v případě, kdy je tento zdánlivý odpor nulový.

2 Resonance mechanických a elektrických soustav

Pro porovnání mechanické a elektrické resonance jsme se rozhodli proměřit rezonanční křivky, tedy závislosti přenosu energie z budícího systému na oscilátor jakožto funkce budící frekvence. Tuto

závislost odráží pozorovaná amplituda kmitů. Tvar rezonanční křivky širokého spektra systémů lze zcela obecně popsat tzv. Breit-Wiegerovou formulí:

$$P = \frac{P_{max} \cdot 4 \cdot \delta^2 \cdot \Omega^2}{(\Omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4 \cdot \delta^2 \cdot \Omega^2} \quad (1)$$

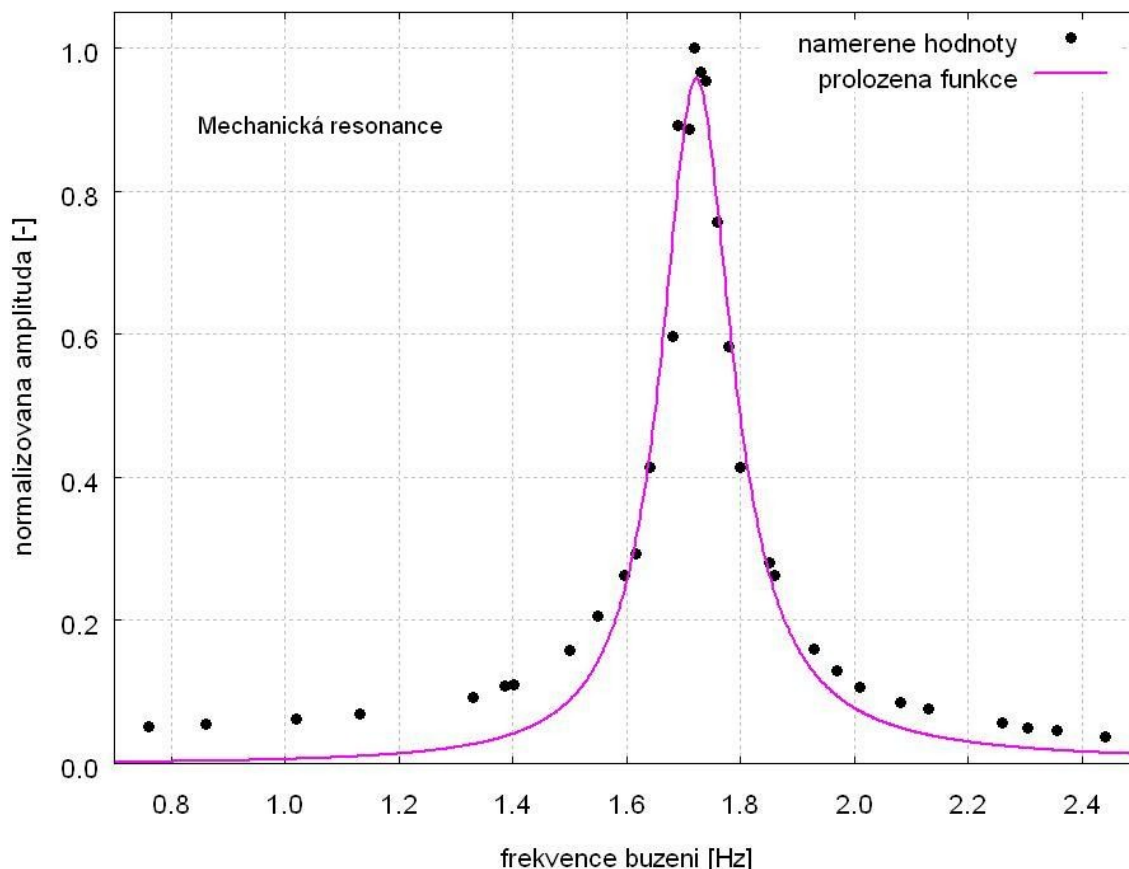
kde Ω je frekvence budiče, ω_0 je vlastní frekvence oscilátoru, δ je dekrement útlumu a P_{max} je maximální možná přenesená energie.

Mechanickou resonanci jsme měřili na oscilátoru sestávajícího ze závaží zavěšeného na pružině. Jednak jsme si předem změřili tuhost pružiny (12,5 N/m) a hmotnost závaží (101,72 g), abychom mohli pro porovnání spočítat rezonanční frekvenci f_0 jako

$$f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2)$$

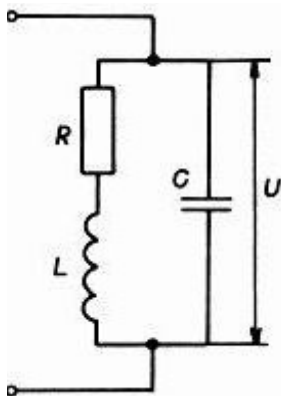
kde k je tuhost pružiny a m hmotnost závaží, a tato nám vyšla 1,76 Hz.

Poloha oscilátoru byla zaznamenávána pomocí CCD kamery připojené k počítači. Analýzou průběhu výchylky (sinusový průběh) oscilátoru v čase při různých budících frekvencích jsme zjišťovali amplitudu kmitů v závislosti na této frekvenci. Vynesením této závislosti do grafu získáme požadovanou rezonanční křivku, která je vidět na obrázku Obr. 1. Z proložení jsme zjistili hodnotu rezonanční frekvence 1,72 Hz.



Obr. 1: Resonanční křivka mechanického oscilátoru proložená Breit-Wiegenerovou křivkou (1).

Elektrická rezonance byla měřena na RLC obvodu (obr. 2) známé indukčnosti (3,75 mH) a kapacitě (666 pF).



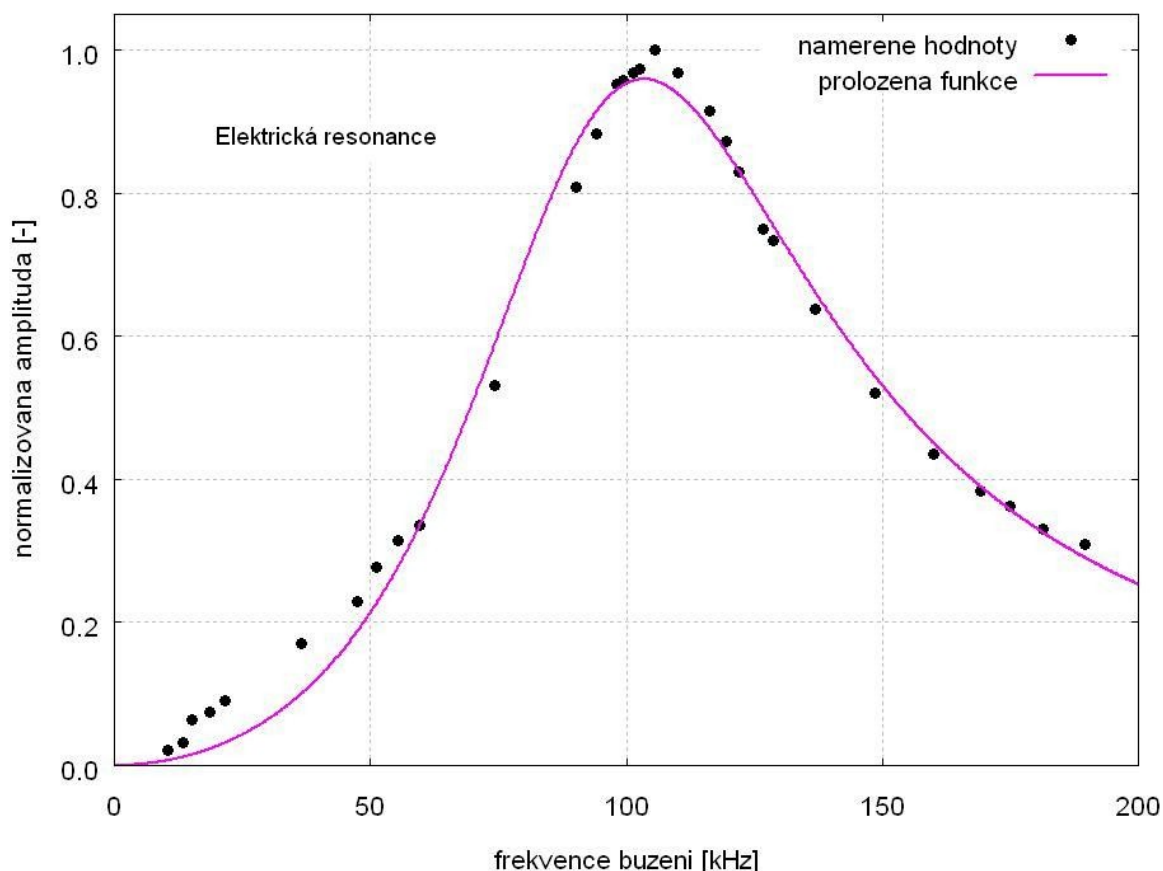
Obr. 2 : Schéma elektrického obvodu, na kterém byla měřena rezonanční frekvence.

Pro výpočet teoretické vlastní frekvence f_0 obvodu byl použit tzv. Thomsonův vzorec:

$$f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \quad (3)$$

kde L je indukčnost cívky a C kapacita kondenzátoru, s výsledkem 100,2 kHz.

Měřili jsme napětí na svorkách tohoto paralelního obvodu. Závislost amplitudy napětí na frekvenci, vynesena v grafu na Obr. 3, zde představuje rezonanční křivku. Z proložení jsme získali hodnotu rezonanční frekvence 103,3 kHz.



Obr. 3: Resonanční křivka elektrického oscilátoru (RLC obvodu) proložená Breit-Wiegnerovou křivkou (1).

3 Shrnutí

Experimentálně jsme zkoumali rezonanční jevy v mechanických a elektrických systémech. Ověřili jsme, že se tyto jevy v principu shodují a při matematickém popisu na ně lze aplikovat v podstatě totožné vzorce, v našem případě se konkrétně jedná o tvar rezonanční křivky. Resonanční křivky mechanického i elektrického oscilátoru lze uspokojivě popsat Breit-Wiegnerovou formulí, jak je ukázáno v Sekci 2. Zároveň jsme z naměřených parametrů obou systémů z teorie vypočetli jejich rezonanční frekvence. Tyto jsme rovněž získali z proložení rezonančních křivek.

Z teoretického výpočtu jsme pro mechanický oscilátor získali rezonanční frekvenci 1,76 Hz a z praktického měření nám vyšla hodnota 1,72 Hz. Oba údaje se liší o 2,3% a tato chyba je nejspíše způsobena vnějšími vlivy při měření, například interakcí železné části závaží s tlumícími magnety, třením oscilátoru stabilizační rám, nebo problematickým měřením při velkých výchylkách.

Z teoretického výpočtu jsme pro elektrický oscilátor získali rezonanční frekvenci 100,2 kHz a z praktického měření nám vyšla hodnota 103,3 kHz. Oba údaje se liší o 3,1% a tato chyba je nejspíše způsobena nestabilitou výstupní frekvence frekvenčního generátoru, malým rozlišením voltmetru při hledání resonance, nebo interferencí s jinými zdroji elektromagnetického vlnění.

I přes nepřesnosti měření je zřejmé, že odchylka v datech získaných různými metodami je velmi malá a tudíž lze výsledky považovat za velmi uspokojivé.

Poděkování

Chtěl bych poděkovat FJFI za organizaci Týdne vědy na jaderce a Michalu Tesařovi za dohled při měření v laboratoři.

Reference:

- [1] FJFI, Fyzikální praktikum I, Lineární harmonický oscilátor
- [2] FJFI, Fyzikální praktikum II, Měření rezonanční křivky paralelního a vázaného rezonančního obvodu