

Matematické modelování materiálů s tvarovou pamětí

V. Fišer*, J. Půža**

Gymnasium Elišky Krásnohorské Praha*, Gymnasium Český Brod**

PuzaHonza@seznam.cz

Abstrakt

V naší práci se bude věnovat problematice materiálů s tvarovou pamětí. Nejprve se seznámíme s fyzikální podstatou tvarové paměti a dalšími vlastnostmi materiálů s tvarovou pamětí. Poté představíme základy matematické teorie pružnosti a aplikujeme ji na materiály s tvarovou pamětí. Na závěr uvedeme výsledky počítačového modelu 1D úlohy.

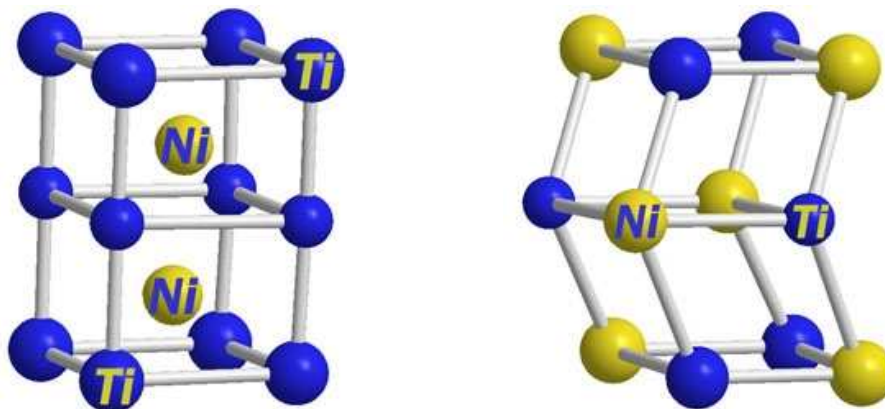
1 Úvod

Nejprve by bylo vhodné ujasnit si rozdíly mezi plastickou a elastickou deformací. Elastická deformace je po odtížení plně vratná. Plastická deformace na rozdíl od deformace elastické vratná není, po odtížení zůstává vzorek zdeformovaný. Většina materiálů je elasto-plastických, což si můžeme představit tak, že mají jistou mez, pod kterou se chovají elasticky, a kterou když překročíme, mění se elastická deformace na plastickou deformaci a dochází k defektu vzorku.

2 Materiály s tvarovou pamětí

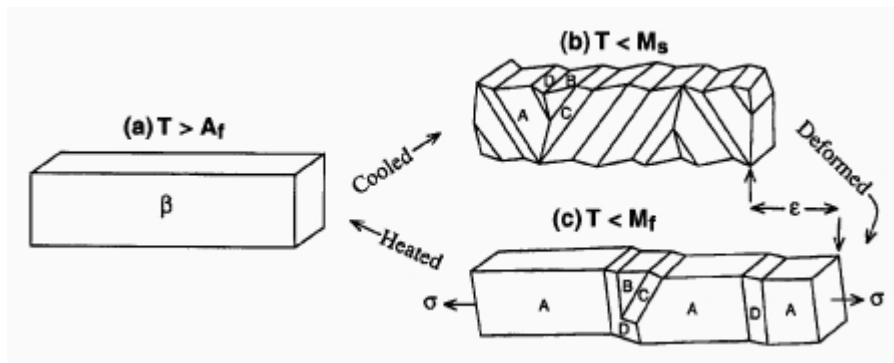
Materiály s tvarovou pamětí tvoří speciální podtřídu elasto-plastických materiálů a to jsou takové materiály, které si “pamatují svůj původní tvar“. Tyto materiály bývají většinou slitiny kovů, které se značí zkratkou SMA (z angl. Shape Memory Alloys).

V praxi to vypadá tak, že na vzorek z materiálu s tvarovou pamětí zapůsobíme silou a on se silně zdeformuje. Po zahřátí nad transformační teplotu se vzorek samovolně vrátí do původního tvaru. Děje se tak na základě fázové přeměny krystalické mřížky. Vysokoteplotní fázi s více symetrickou krystalovou mřížkou nazýváme austenit. Nízkoteplotní fázi s méně symetrickou krystalovou mřížkou nazýváme martenzit.



Obrázek1: Austenitická a martenzitická krystalická struktura u nikl-titanu.

Fázová přeměna nemusí být způsobena jen změnou teploty, nýbrž i působením vnějšího napětí (síly).

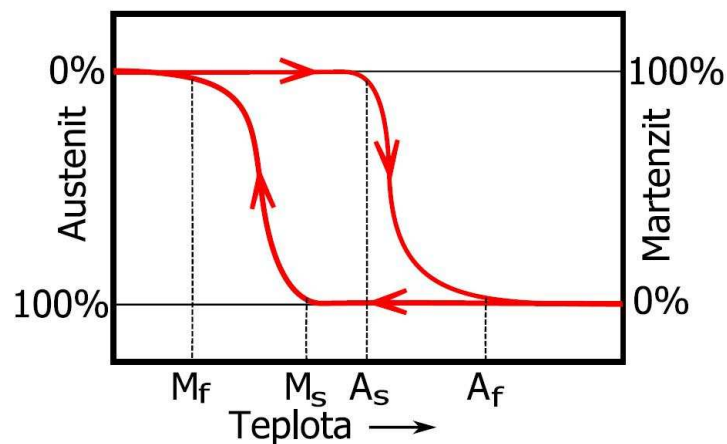


Obrázek2: Cyklus tvarové paměti.

Vlastní jev tvarové paměti probíhá v následujících krocích:

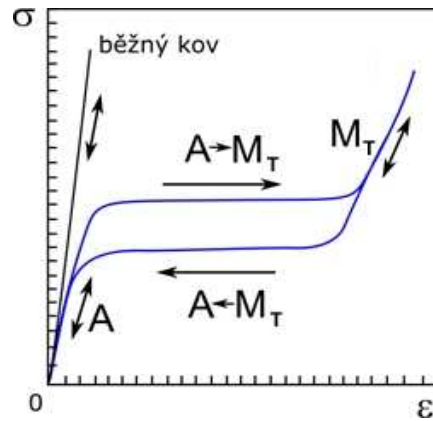
- Vzorek v austenitu je ochlazen pod transformační teplotu. Přitom austenitická fáze vzorku přechází na strukturu různě orientovaných variant martenziticke fáze.
- Zatížením vnějším napětím vzniká energeticky nejvýhodněji orientovaná verze martenzitu.
- Po uvolnění vnějšího napětí podstatná část deformace zůstane zachovaná stejně jako fázové složení vzorku.
- Zahřátím přechází martenziticke fáze na austenitickou. A tím se vzorek vrací do původního tvaru a délky.

Přeměna přitom probíhá podle hysterezní křivky. Viz obrázek 3.



Obrázek 3: Závislost fázového složení na teplotě-hysterezní křivka.

Mimo vlastní tvarovou paměť vykazují tyto materiály další zajímavé vlastnosti. Velice zajímavým jevem je superelastickita. Zatímco elastická deformace u běžných kovů se pohybuje maximálně okolo 0,7%, při superelastickitě dosahuje až 10%. Martenziticke transformace probíhá při konstantním napětí, přitom však dochází k velké deformaci. Ta je ale vratná podle hysterezní křivky (viz obrázek 4).



Obrázek 4: Závislost napětí na deformaci běžného kovu a SMA

Díky mimořádným vlastnostem mají materiály s tvarovou pamětí mnoho využití zejména v lékařství: kardiovaskulární STENT, zubní rovnátka, a v technické praxi.

3 Matematická teorie pružnosti

Jevy v přírodě se řídí principem minima potenciální energie.

Pro (hustotu) energie pružnosti máme vztah:

$$E(\epsilon) = \frac{1}{2} C \epsilon^2 =: \frac{1}{2} \langle C \epsilon, \epsilon \rangle$$

kde ϵ je relativní prodloužení (též deformace) a C je Youngův modul pružnosti.

Příslušná (hustota) potenciální energie Φ se počítá podle vzorce:

$$\Phi(u) = \frac{1}{2} C \epsilon^2 - F \cdot u - T \cdot u$$

člen $F \cdot u - T \cdot u$ představuje práci objemových a povrchových sil

4 Počítačový model

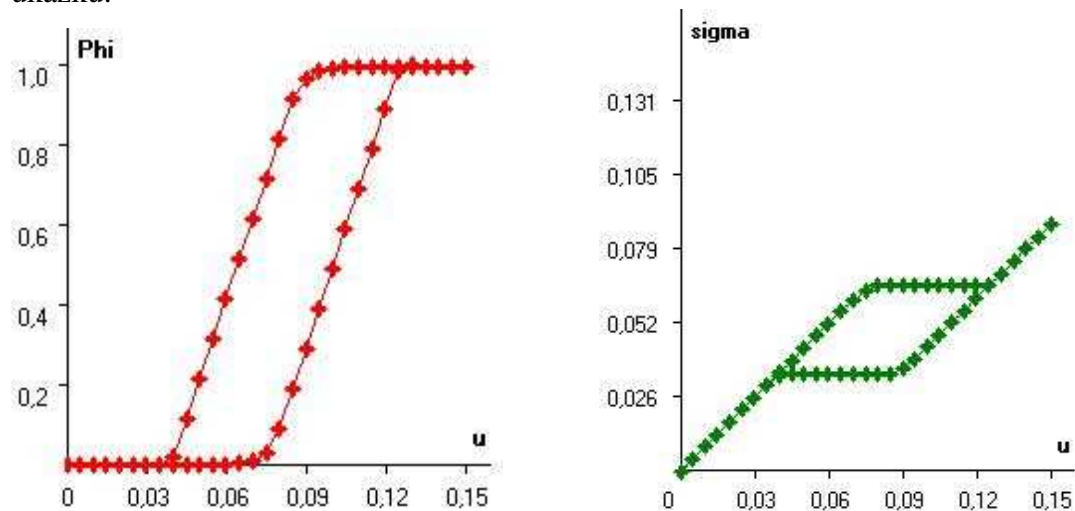
V případě materiálu s tvarovou pamětí se aplikuje obecná teorie pružnosti. V rámci počítačového modelu budeme řešit tzv. časově diskrétní úlohu. V k -tém časovém kroku budeme minimalizovat následující funkcionál potenciální energie:

$$J(u, \varphi; t_k) = \frac{1}{2} \{ \langle C(\epsilon - \varphi e), (\epsilon - \varphi e) \rangle + 2M\varphi \} \\ - F(t_k) \cdot u - T(t_k) \cdot u + \beta |\varphi - \varphi_{k-1}|$$

kde φ —objemový zlomek martenzitu, e —relativní prodloužení, pro které má potenciální energie martenzitické fáze minimum a M —hodnota tohoto minima. Poslední člen ve výrazu představuje takzvanou disipační energii:

β je koeficient vlivu historie a φ_{k-1} objemový zlomek martenzitu v minulém časovém kroku.

Jako výsledek z počítačového programu dostaneme číselné hodnoty a grafy. Tady máte ukázkou:



Obrázek 6: Výsledky počítačového modelu pro počet kroku animace: 120, délku drátku: 1 m, Beta = 0,00080 Pa, M= 0,00250 Pa, e = 0,05 a Youngův modul C = 0,8735 Pa.

Graf nalevo na obrázku 6 velmi dobře odpovídá hysterezní křivce na obrázku 3 s tím rozdílem, že zde se jedná o závislost objemového zlomku Φ na posunutí u (na rozdíl od závislosti objemového zlomku na teplotě na obrázku 3). Graf napravo na obrázku 6 pak koresponduje přímo s obrázkem 4 představujícím superelasticitu.

5 Shrnutí

Seznámili jsme se s materiály s tvarovou pamětí, jejich vlastnostmi a jejich matematickým modelem. Zkusili jsme si pracovat s programem, jenž simuloval chování 1D drátku při deformaci. Na závěr jsme ještě model rozšířili o plastickou deformaci.

Poděkování

Děkujeme Ing. Hanušovi Seinerovi, Ph.D. z Akademie věd ČR za ukázkou chování materiálů s tvarovou pamětí a Bc. Martinu Vlčkovi za vysvětlení, konzultaci, a v neposlední řadě simulační program.

Reference:

- [1] VLČEK, M.: *Bakalářská práce*. FJFI ČVUT Praha, 2009
- [2] FYZIKÁLNÍ ÚSTAV AKADEMIE VĚD ČESKÉ REPUBLIKY: www.fzu.cz/departmens/metals/sma/brana_cz. 2009
- [3] KRUŽÍK, M – ROUBÍČEK, T.: *Matematické počítačové modelování aktivních materiálů*. Vesmír, leden 2009