

# Miniprojekt: Ramseyova teorie

Aranka Hrušková, Vladislav Matúš, Jakub Schusser,  
Eduard Šubert, Martin Töpfer

Týden vědy

červen 2011

# Program

1 Ramseyova teorie

2 Party Problem

3 Van der Waerden Problem

# Program

1 Ramseyova teorie

2 Party Problem

3 Van der Waerden Problem

# Ramseyova teorie

- 1928
- Frank Plumpton Ramsey – britský matematik a filosof
- mnoho článků zabývajících se kombinatorikou, pravděpodobností a matematickou ekonomií.

# Ramseyova teorie

- 1928
- Frank Plumpton Ramsey – britský matematik a filosof
- mnoho článků zabývajících se kombinatorikou, pravděpodobností a matematickou ekonomií.

Ramseyova teorie se zabývá hledáním nejmenšího počtu prvků, které garantují danou vlastnost.

# Ramseyova teorie

- 1928
- Frank Plumpton Ramsey – britský matematik a filosof
- mnoho článků zabývajících se kombinatorikou, pravděpodobností a matematickou ekonomií.

Ramseyova teorie se zabývá hledáním nejmenšího počtu prvků, které garantují danou vlastnost.

## Příklad

*Vybereme-li z čísel  $1, 2, \dots, 2n$  libovolně  $n + 1$  čísel, pak mezi nimi vždy najdeme 2 nesoudělná.*

# Ramseyova teorie

- 1928
- Frank Plumpton Ramsey – britský matematik a filosof
- mnoho článků zabývajících se kombinatorikou, pravděpodobností a matematickou ekonomií.

Ramseyova teorie se zabývá hledáním nejmenšího počtu prvků, které garantují danou vlastnost.

## Příklad

*Vybereme-li z čísel  $1, 2, \dots, 2n$  libovolně  $n + 1$  čísel, pak mezi nimi vždy najdeme 2 nesoudělná. Ale  $n$  čísel nestačí!*

# Ramseyova teorie

- 1928
- Frank Plumpton Ramsey – britský matematik a filosof
- mnoho článků zabývajících se kombinatorikou, pravděpodobností a matematickou ekonomií.

Ramseyova teorie se zabývá hledáním nejmenšího počtu prvků, které garantují danou vlastnost.

## Příklad

*Vybereme-li z čísel  $1, 2, \dots, 2n$  libovolně  $n + 1$  čísel, pak mezi nimi vždy najdeme 2 nesoudělná. Ale  $n$  čísel nestačí!*

# Program

1 Ramseyova teorie

2 Party Problem

3 Van der Waerden Problem

# Party Problem

## Příklad

*Jaký je nejmenší počet hostů na narozeninové oslavě, má-li být zajištěno, že mezi nimi existuje trojice, kde každý zná každého, nebo existuje trojice, kde nikdo nezná nikoho?*

# Party Problem

## Příklad

Jaký je nejmenší počet hostů na narozeninové oslavě, má-li být zajištěno, že mezi nimi existuje trojice, kde každý zná každého, nebo existuje trojice, kde nikdo nezná nikoho?

- Odpověď: 6.

# Party Problem

## Příklad

Jaký je nejmenší počet hostů na narozeninové oslavě, má-li být zajištěno, že mezi nimi existuje trojice, kde každý zná každého, nebo existuje trojice, kde nikdo nezná nikoho?

- Odpověď: 6.
- Hrubá síla:  $2^{\frac{n(n-1)}{2}}$

# Party Problem

## Příklad

Jaký je nejmenší počet hostů na narozeninové oslavě, má-li být zajištěno, že mezi nimi existuje trojice, kde každý zná každého, nebo existuje trojice, kde nikdo nezná nikoho?

- Odpověď: 6.
- Hrubá síla:  $2^{\frac{n(n-1)}{2}}$   
 $2^{15} = 32\ 768$  grafů.

# Party Problem

## Příklad

Jaký je nejmenší počet hostů na narozeninové oslavě, má-li být zajištěno, že mezi nimi existuje trojice, kde každý zná každého, nebo existuje trojice, kde nikdo nezná nikoho?

- Odpověď: 6.
- Hrubá síla:  $2^{\frac{n(n-1)}{2}} = 2^{15} = 32\ 768$  grafů.
- Stejná úloha se čtveřicí: 18

# Party Problem

## Příklad

Jaký je nejmenší počet hostů na narozeninové oslavě, má-li být zajištěno, že mezi nimi existuje trojice, kde každý zná každého, nebo existuje trojice, kde nikdo nezná nikoho?

- Odpověď: 6.
- Hrubá síla:  $2^{\frac{n(n-1)}{2}}$   
 $2^{15} = 32\ 768$  grafů.
- Stejná úloha se čtveřicí: 18
- Stejná úloha s pěticí: mezi 43 a 49

# Party Problem

## Příklad

Jaký je nejmenší počet hostů na narozeninové oslavě, má-li být zajištěno, že mezi nimi existuje trojice, kde každý zná každého, nebo existuje trojice, kde nikdo nezná nikoho?

- Odpověď: 6.
- Hrubá síla:  $2^{\frac{n(n-1)}{2}}$   
 $2^{15} = 32\ 768$  grafů.
- Stejná úloha se čtveřicí: 18
- Stejná úloha s pěticí: mezi 43 a 49
- Stejná úloha se šesticí: mezi 102 a 165

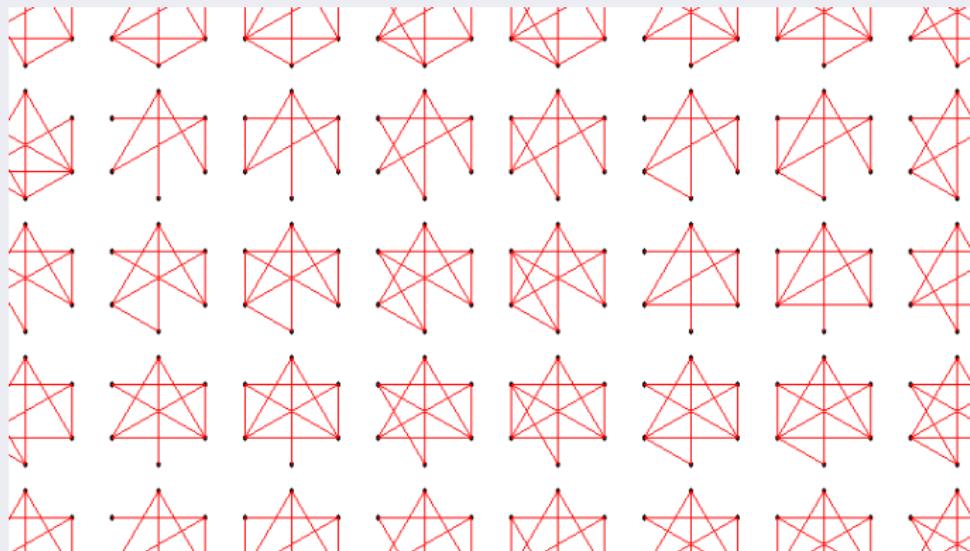
# Party Problem

## Příklad

Jaký je nejmenší počet hostů na narozeninové oslavě, má-li být zajištěno, že mezi nimi existuje trojice, kde každý zná každého, nebo existuje trojice, kde nikdo nezná nikoho?

- Odpověď: 6.
- Hrubá síla:  $2^{\frac{n(n-1)}{2}}$   
 $2^{15} = 32\ 768$  grafů.
- Stejná úloha se čtveřicí: 18
- Stejná úloha s pěticí: mezi 43 a 49
- Stejná úloha se šesticí: mezi 102 a 165

# Grafy na šesti vrcholech



# Program

1 Ramseyova teorie

2 Party Problem

3 Van der Waerden Problem

# Van der Waerden Problem

## Příklad

*Jaký je nejmenší počet přirozených čísel, pro která platí, že po jejich obarvení dvěma barvami nalezneme monochromatickou aritmetickou posloupnost.*

# Van der Waerden Problem

## Příklad

*Jaký je nejmenší počet přirozených čísel, pro která platí, že po jejich obarvení dvěma barvami nalezneme monochromatickou aritmetickou posloupnost.*

- Odpověď: 9.

# Van der Waerden Problem

## Příklad

*Jaký je nejmenší počet přirozených čísel, pro která platí, že po jejich obarvení dvěma barvami nalezneme monochromatickou aritmetickou posloupnost.*

- Odpověď: 9.
- Matematický důkaz: Vždy vznikne pozice, jejímž libovolným vybarvením vznikne aritmetická posloupnost.

# Van der Waerden Problem

## Příklad

*Jaký je nejmenší počet přirozených čísel, pro která platí, že po jejich obarvení dvěma barvami nalezneme monochromatickou aritmetickou posloupnost.*

- Odpověď: 9.
- Matematický důkaz: Vždy vznikne pozice, jejímž libovolným vybarvením vznikne aritmetická posloupnost.
- Hrubá síla:  $V'_9(2) = 2^9 = 512$  možností různého obarvení

# Van der Waerden Problem

## Příklad

*Jaký je nejmenší počet přirozených čísel, pro která platí, že po jejich obarvení dvěma barvami nalezneme monochromatickou aritmetickou posloupnost.*

- Odpověď: 9.
- Matematický důkaz: Vždy vznikne pozice, jejímž libovolným vybarvením vznikne aritmetická posloupnost.
- Hrubá síla:  $V'_9(2) = 2^9 = 512$  možností různého obarvení

# Waerden Problem

	$\textcolor{red}{123456789} / \textcolor{blue}{89}$	$\textcolor{red}{123456789} / \textcolor{blue}{87}$
	$123456789$	$123456789$
$123456789$	$123456789$	$\underline{\underline{123456789}}$
	$123456789$	$123456789$
	$123456789$	$\underline{\underline{123456789}}$
	$123456789$	$123456789$
$123456789$	$123456789$	$\underline{\underline{123456789}}$
	$\underline{\underline{123456789}}$	$123456789$
	$123456789$	$123456789$
	$123456789$	$123456789$
$123456789$	$123456789$	$\underline{\underline{123456789}}$
	$123456789$	$123456789$
	$123456789$	$\underline{\underline{123456789}}$
	$123456789$	$123456789$
$123456789$	$123456789$	$\underline{\underline{123456789}}$
	$123456789$	$123456789$
	$123456789$	$123456789$
	$123456789$	$123456789$

Děkujeme, dobrou chut'!