

Počítačové simulace fyzikálních problémů

V. Vrana¹, D. Hausner², O. Lomický², V. Hlinka³

¹Gymnázium Botičská, Praha 2

²Gymnázium a SOŠ Plasy, Plasy

³Gymnázium Omská, Praha 10

vochte@seznam.cz

daniel.hausner@mensa.cz

Ondrej.Lomicky@seznam.cz

hlinkavl@outlook.cz

Abstrakt:

Tato práce se věnuje problematice pohybu nabité částice v poli magnetickém, popřípadě i elektrickém, a simulací výstřelu koule z děla. I v běžně používaném programu jako je Microsoft Excel lze dosáhnout velkého přiblížení k realitě, kde odchylka od ní závisí na velikosti jednotlivých kroků ve výpočtech.

1 Úvod

Počítačové simulace v nynější době umožňují výpočet složitých modelů, které nelze řešit analyticky nebo jen velmi obtížně. Tyto simulace dokáží v krátkém čase realisticky vyřešit daný problém. Tím v praxi umožňují např. v automobilovém průmyslu ušetřit značné množství finančních prostředků díky možnosti provádět různé simulace včetně crashtestů před samotnou výrobou.

Zabývali jsme se simulací Lorentzovy síly působící na elektricky nabitou částici v poli magnetickém a elektrickém a porovnáním trajektorie výstřelu z děla na Zemi a na Měsíci.

2 Metoda

2.1 Lorentzova síla

Simulaci jsme nejprve počítali Eulerovou metodou, jež vede k přibližnému výsledku, ale lze ji snadno provést v programu Microsoft Excel, a poté Adams–Bashforthovu metodu, která je mnohonásobně přesnější a kterou jsme použili ke grafickému znázornění složitějších trajektorií pohybu.

Síla působící na nabitou částici se vypočítá podle vzorce:

$$m \cdot \ddot{\vec{x}}(t) = q(\vec{E}(x, t) + \vec{v}(t) * \vec{B}(x, t))$$

po rozepsání na síly ve směrech x, y, z :

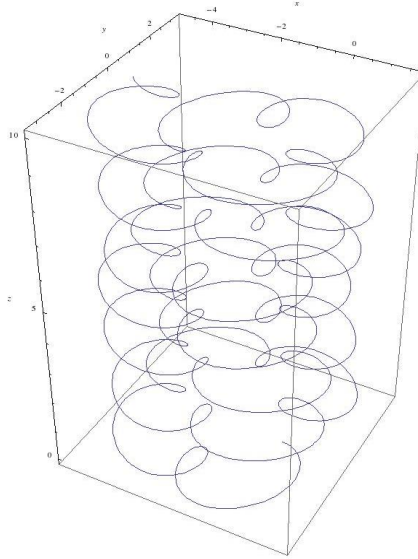
$$m * \ddot{x}(t) = q(E_y(x, t) + v_y B_z(x, t) - v_z B_y(x, t))$$

$$m * \ddot{y}(t) = q(E_z(y, t) + v_z B_x(y, t) - v_x B_z(y, t))$$

$$m * \ddot{z}(t) = q(E_x(z, t) + v_x B_y(z, t) - v_y B_x(z, t))$$

$$g(t) = \ddot{\vec{x}}(t)$$

$$f(t + 2\Delta t) = (\Delta t)^2 * g(t) + 2f(t + \Delta t) - f(t)$$



Graf z programu Wolfram Mathematica 9 prezentuje výsledky analýzy kladně nabitě částice pohybující se v homogenním magnetickém poli s indukcí ve směru osy z a ve stacionárním elektrickém poli $\vec{E} = (\cos(x); \sin(y); 0)$.

Trajektorie nabitě částice závisí na intenzitě magnetického a elektrického pole, respektive na jejich časovém vývoji, na počáteční rychlosti částice a jejím náboji. Z grafu je patrná složitost trajektorie nabitě částice, což vypovídá o obtížnosti ji udržet na daném místě – tento problém je třeba řešit při konstrukci zařízení, jako jsou třeba tokamaky.

2.2 Výstřel koule z děla na Zemi / na Měsíci

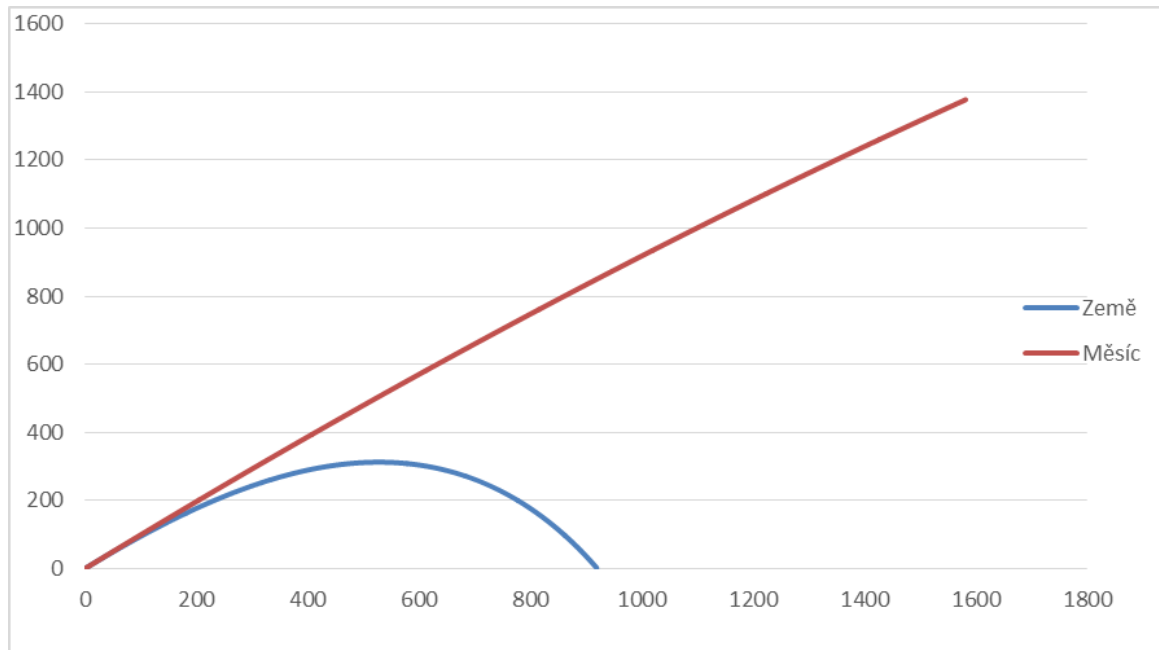
Simulovali jsme výstřel dělové koule na Zemi a na Měsíci a studovali odlišnosti. V úvahu jsme vzali hmotnost projektilu M vnější sílu \vec{F} , v našem případě gravitační sílu, odpor prostředí \vec{F}_{od} , který jsme vypočetli ze součinitele odporu $C=0,5$, kolmého průřezu projektilu $S=0,018 \text{ m}^2$, hustoty ρ a rychlosti $\dot{\vec{x}}$.

$$M\ddot{\vec{x}} = \vec{F} + \vec{F}_{od}$$

$$M\ddot{\vec{x}} = -m\vec{K} - \frac{1}{2}CS\rho|\dot{\vec{x}}| * \dot{\vec{x}}$$

Na obrázku níže je simulovaný rozdíl trajektorie, kterou je Torricelliho balistická křiva, při výstřelu se stejnou počáteční rychlostí $v_x = 100 \text{ m/s}$, $v_y = 100 \text{ m/s}$ a úhlem 45° . Na Zemi je

počítáno s odporem vzduchu a na Měsíci je odpor prostředí zanedbán vzhledem k velmi nízké hustotě atmosféry.



Vlivem nízké gravitace Měsíce a zanedbatelné hustoty atmosféry kolem něj bude dostřel děla umístěného na něm výrazně větší, stejně jako maximální výška.

3 Shrnutí

Na elektricky nabitou částici, která se pohybuje v magnetickém poli ve směru jiném než rovnoběžném s magnetickou indukcí, působí dostředivá Lorentzova síla, jež zaobluje její trajektorii, ale neovlivňuje rychlost. Nejjednodušší trajektorii je kružnice, dále pak šroubovice. Pokud je elektricky nabitá částice současně umístěna i v proměnném elektrickém poli, trajektorie může mít různý tvar připomínající například růžici.

Na Měsíci bude balistická křivka projektilu protaženější vlivem nižší gravitace a zanedbatelného odporu prostředí, tudíž projektil ve směru osy x doletí dál.

Poděkování

Chtěli bychom velice poděkovat FJFI ČVUT za uspořádaný Týden vědy v Praze, především pak našemu supervizorovi Ing. Vojtěchu Svobodovi, CSc. za poskytnutí techniky a zázemí. Dále garantovi našeho projektu Ing. Hynku Lavičkovi, Ph.D. a všem ostatním pořadatelům.

Reference:

- [1] Lorentzova síla. *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2015-06-16]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Lorentzova_s%C3%ADla
- [2] GRIFFITHS, D a Desmond J HIGHAM. *Numerical methods for ordinary differential equations: initial value problems*. x, 271 pages. ISBN 978-0-85729-147-9.