Když nechceme derivovat, použijeme mýdlo

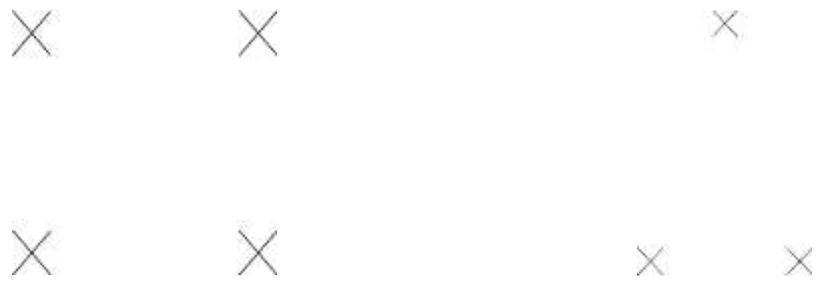
S. Catay*, K. Umlaufová**
Gymnázium Jaroslava Heyrovského Praha*, Střední průmyslová škola Ostrov**
suzancatay@seznam.cz*, k.umlaufova01@gmail.com**

Abstrakt:

V této práci se zabýváme alternativní metodou ke zjištění nejkratšího možného spojení bodů v rovině. Cílem je pomocí pokusu s mýdlovými bublinami ukázat, že k řešení není nutné použít derivování. Nakonec si výsledky i matematicky zdůvodníme.

1 Úvod

Naše práce vychází z předpokladu, že vodní bubliny díky povrchovému napětí vyplňují co nejmenší prostor. „Povrchové napětí je efekt, při kterém se povrch kapalin chová jako elastická fólie a snaží se dosáhnout co možná nejhladšího stavu s minimální plochou.“ [1] Pomocí tohoto jevu se pokusíme vyřešit následující problémy: Jakým způsobem můžeme spojit body na obrázku 1 (resp. 2) tak, aby celková délka spojnic byla co nejkratší? (Spojením bodů myslíme systém čar uspořádaných tak, aby se dalo z každého bodu dostat do druhého. Příkladem jsou třeba úhlopříčky.)



Obrázek č. 1, 2: Body tvořící čtverec a rovnoramenný trojúhelník

2 Řešení úloh

K vyřešení úloh pomocí pokusu potřebujeme mýdlo nebo jar, nádobu s vodou, magnety vhodné velikosti (nejlépe neodymové) a pár plochých sklíček či jiného průhledného materiálu (viz obrázek č. 3). Sklíčka jsme spojili k sobě pomocí magnetů. Mezi dvě sklíčka vložíme tolik magnetů, kolik máme bodů (v našem případě 3 nebo 4). Každý z nich zajistíme dalšími dvěma magnety z vnějších stran sklíček. Magnety slouží nejen k přidržení sklíček, ale i jako body z úloh. Do misky jsme připravili vhodnou směs vody a mýdla. Poté jsme ponořili sklíčka do vody a po vytažení jsme nechali bubliny, aby se dostaly do rovnovážného stavu.

Obrázek č. 3: Pomůcky

Obrázek č. 4: Spojení bodů ve čtverci

Pokusem jsme zjistili, že se utvoří následující tvary (viz obrázek č. 4 a 5). Velikost úhlu α ve čtverci i v trojúhelníku je 120°.

Tento způsob řešení samozřejmě není bez chyb. Ne vždy se povede stejný tvar. Chybu způsobuje např. vytvoření další bubliny nebo působení gravitace. Asi největším problémem je, že magnety nejsou nehmotnými body.

Obrázek č. 5: Spojení bodů v rovnoramenném trojúhelníku

Vedle experimentu jsme výsledky zjistili i teoreticky. Sestavili jsme funkci *f* popisující celkovou délku spojnic v závislosti na parametru *x* (délce jedné ze čtyř stejně dlouhých šikmých stran (viz obrázek č. 6). K vyřešení původního problému jsme pak museli najít minimum dané funkce, k čemuž jsme využili nově nabytých znalostí ohledně derivací. Vypočítali jsme derivaci funkce *f* a nalezli jsme bod, kde je derivace nulová, který odpovídá právě hledanému minimu.

Výpočet:

$$\text{základní vzorec: } f(x) = 4x + a - \sqrt{4x^2 - a^2}$$

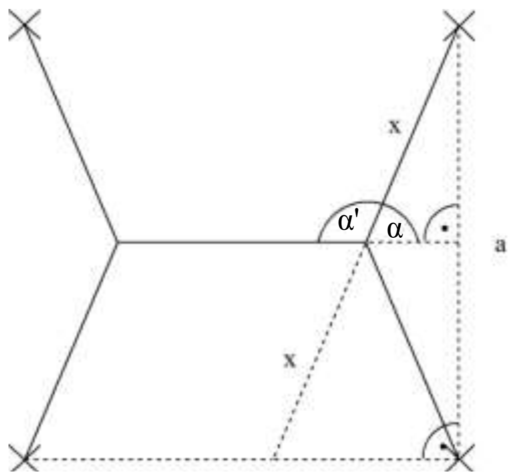
$$\text{po zderivování: } f'(x) = \frac{-4x}{\sqrt{4x^2 - a^2}} + 4$$

$$\text{výpočet extrému: } x - \sqrt{4x^2 - a^2} = 0$$

$$\text{po úpravě: } x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{výpočet úhlů: } \sin\alpha = \frac{\frac{a}{2}}{x} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\alpha = 60^0; \alpha' = 120^0$$



Obrázek č. 6: Nákres k výpočtu

3 Shrnutí

Z této práce vyplývá, že pokusem dojdeme (za použití omezených prostředků) ke stejnému výsledku jen občas. Proto je lepší používat derivace, které jsme se při miniprojektu naučili. Na druhou stranu v případě úlohy s obecným trojúhelníkem je řešení pomocí pokusu snazší.

Poděkování

Děkujeme panu Ing. J. Krásenskému za vedení naší práce a spoustu cenných rad.

Reference:

[1] Přispěvatelé Wikipedie, *Povrchové napětí* [online], Wikipedie: Otevřená encyklopedie, c2018, Datum poslední revize 9. 05. 2018, 13:27 UTC, [citováno 19. 06. 2018] <https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Povrchov%C3%A9_nap%C4%9Bt%C3%AD&oldid=16073242>