

# Monte Carlo simulace šíření nebezpečného viru

<sup>1</sup> K. Tauchmanová, <sup>2</sup> K. Sluková, <sup>3</sup> Š. Meister, <sup>4</sup> D. Staník

<sup>1</sup> Gymnázium Elišky Krásnohorské, Ohradní 55, Praha 4

<sup>2</sup> Karlínské gymnázium, Pernerova 25, Praha 8

<sup>3</sup> Gymnázium Otokara Březiny a SOŠ, Telč

<sup>4</sup> Gymnázium Uničov

<sup>1</sup> [klara.tauchmanova@gmail.com](mailto:klara.tauchmanova@gmail.com), <sup>2</sup> [kristyna.slukova@centrum.cz](mailto:kristyna.slukova@centrum.cz)

<sup>3</sup> [meister351@gmail.com](mailto:meister351@gmail.com), <sup>4</sup> [sorinmarko@seznam.cz](mailto:sorinmarko@seznam.cz)

## **Abstrakt:**

Cílem našeho projektu bylo pozorování vývoje populací zaměstnaných jedinců a nezaměstnaných jedinců nakažených zavisí. Použili jsme jak deterministický tak stochastický model s přidáním náhodnými MC efekty. Pozorovali jsme provázání obou populací v souladu s modelem predátor-kořist a změnu vývoje populace po přidání MC efektu.

## **1 Úvod**

Tvorba matematických modelů biologických společenstev je velmi důležitá. Tyto modely nám pomáhají porozumět chování populací, ochraňovat ohrožené populace a účinně regulovat jejich nepřátele. Jedním z nejdůležitějších vztahů dvou populací je vztah mezi dravcem a jeho kořistí, který jakožto vztah producent-konzument tvoří základ všech potravních řetězců. Obě strany se musejí neustále vyvíjet, aby se vyrovnali nebo předčili stranu druhou. My jsme se zabývali vztahem mezi skupinou zaměstnaných (kořist) a nezaměstnaných (predátor) lidí v novodobé společnosti.

## **2 Lotka-Volterrův model**

Lotka-Volterra model, označován jako model predátor-kořist, je model populační dynamiky popisující vývoj počtu dravců v závislosti na počtu jejich kořisti. Jedná se o jeden z nejjednodušších modelů popisujících interakci mezi dravcem a kořistí. Model má za cíl matematicky vysvětlit mechanismy zabezpečující druhovou koexistenci. Celý model vychází z předpokladů, že predátoři jsou plně závislí na své kořisti (jejich jediný zdroj potravy) a že kořist je ohrožována pouze predátory (zdroj jejich potravy je neomezený).

Model je pojmenován po svých autorech Alfredovi J. Lotkovi (1880-1949) a Vito Volterrovi (1860-1940), kteří tento model vytvořili nezávisle na sobě v letech 1925 a 1926.

## **3 Metody**

### **2.2 Eulerova metoda**

Jedna z metod numerického řešení obyčejných diferenciálních rovnic. Eulerova metoda vychází z rovnic pro změnu hodnoty funkce a její derivace. Je založena na principu aproximace průběhu funkce  $f(x, y)$  na intervalu  $[x_i, x_{i+1}]$  přímkou procházející body  $[x_i, x_{i+1}]$  se směrnici, která je tečnou ke křivce v bodě  $(x_i, y_i)$ . Modifikací této metody je např. Metoda středního bodu, Heunova metoda, které jsou přesnější.

Tuto metodu publikoval Leonhard Euler v roce 1768.

### 2.3 Monte Carlo

Metoda Monte Carlo patří mezi stochastické simulační metody, protože opakování celé simulace se stejnými parametry vede k různým výsledkům. Na základě mnohokrát opakovaných náhodných pokusů se získají obecné charakteristiky pro popis modelovaného jevu. Pro analýzu jevů je využíváno generování pseudonáhodných čísel.

Metoda Monte Carlo je využívána v mnoha oborech lidské činnosti. Umožňuje například řešit jednoduché i vícerozměrné integrály, své využití nachází také ve statistické fyzice, fyzikální chemii, aerodynamice či v počítačové grafice.

## 4 Vlastní simulace

V rámci našeho miniprojektu jsme vytvořili model vývoje dvou populací, a to konkrétně skupiny zaměstnaných a nezaměstnaných lidí ve společnosti. Simulaci jsme pojmenovali Monte Carlo Donald (Zkráceně MCDonald), neboť být nezaměstnaný vyjde téměř nastejno jako získat brigádu v McDonaldu.

Označme  $x = x(t)$  velikost populace zaměstnaných (kořisti) a  $y = y(t)$  velikost populace nezaměstnaných (predátor). Populaci zaměstnaných je považována za zdravou, populace nezaměstnaných je nakažena virem závisti.

Dále označme:

- $a$  ... specifickou mírou růstu populace zaměstnaných, jedná se o osoby, které nově získaly maturitu, a jsou tedy přijati do zaměstnání
- $b$  ... míra poklesu populace zaměstnaných, jedná se o osoby, které byly v důsledku stížností nezaměstnaných lidí na výsledky maturitních zkoušek a jejich následným přezkoumáním zbaveni maturity;
- $c$  ... míra růstu populace nezaměstnaných, jedná se o osoby, které po propuštění ze zaměstnání nespáchaly sebevraždu;
- $m$  ... míra růstu populace zaměstnaných, jedná se o osoby, které byly v důsledku nedostatku pracovníků přijati zpět do zaměstnání.
- $n$  ... míra nezaměstnaných páchajících sebevraždu

Pro přírůstek populace zaměstnaných platí vztah:

$$\frac{dx}{dt} = m \times x(t) - b \times x(t) \times y(t) + a \times x(t)$$

Pro přírůstek populace nezaměstnaných platí vztah:

$$\frac{dy}{dt} = c \times b \times x(t) \times y(t) - m \times y(t) \times y(t) - n \times y(t)$$

Nejprve jsme deterministický model, na kterém jsme testovali přibližný řád jednotlivých koeficientů. Poté jsme do modelu zapojili faktor náhody – stejně jako v reálné společnosti, kde se počty úspěšných maturantů v jednotlivých letech mění, byl koeficient  $a$  ovlivňující množství osob s nově získanou maturitou náhodně generován. Dále byla v simulaci v roce 2020 zavedena povinná maturita z matematiky, která ovlivnila koeficient  $b$ . K tomuto faktoru

Ize hledat analogii na ministerstvu školství, kde stále se měnící ministry i jejich požadavky lze označit jako čistě náhodnou veličinu.

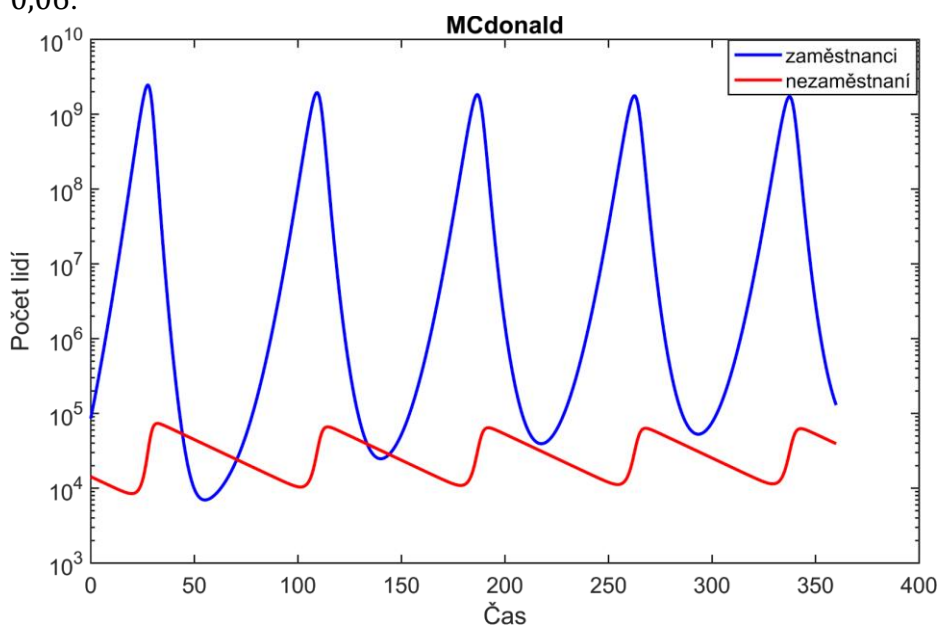
## 5 Výsledky

Simulaci se podařilo naimplementovat v programovém prostředí Matlab.

### 5.1 Deterministický model

V první simulaci byl přísun nových maturantů neustálý. V této situaci spolu obě populace koexistovaly, pokud měl koeficient  $a$  jedno desetinné místo, koeficient  $b$  a koeficient  $c$  pět desetinná místa a koeficient  $m$  dvě desetinná místa. Koeficient  $n$  byl nulový.

Následující graf byl vygenerován s koeficienty:  $a = 0,3$ ,  $b = 0,00002$ ,  $c = 0,00009$  a  $m = 0,06$ .



Obr. 1 Graf vývoje počtu zaměstnaných a nezaměstnaných v závislosti na čase s neustálým přísunem nových maturantů

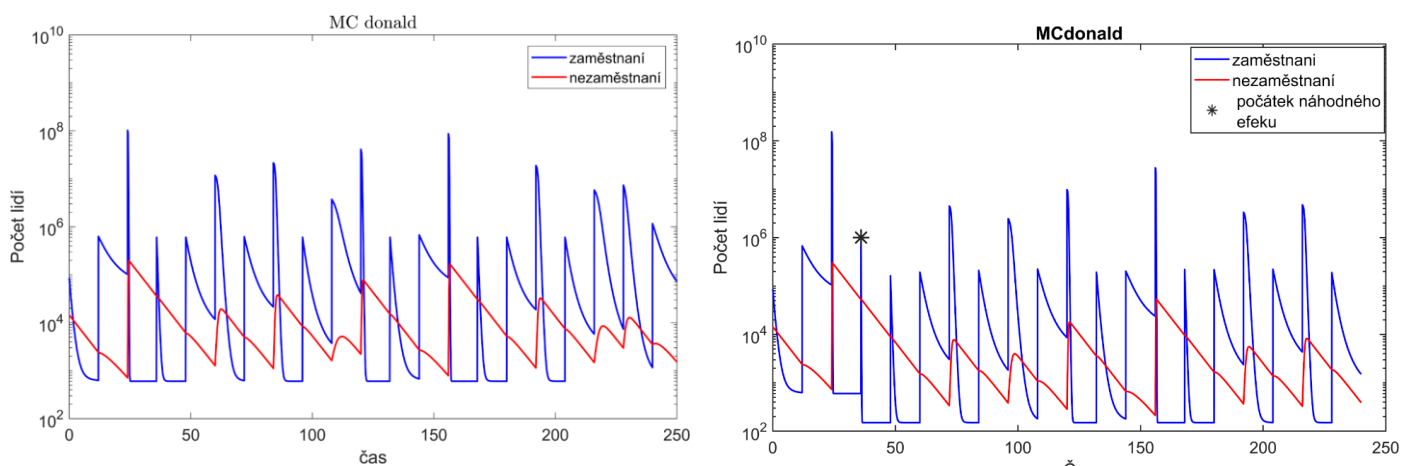
Při přísunu nových maturantů jednou za rok spolu obě populace dokázaly koexistovat, pokud měl koeficient  $b$  čtyři desetinná místa, koeficient  $c$  tři desetinná místa, koeficient  $m$  dvě desetinná místa a koeficient  $n$  dvě desetinná místa. Koeficient  $a$  měl pevně danou velikost, a to 100 000. Tato simulace více odpovídá reálnému světu.

Graf na obrázku 2 (a) byl vygenerován s koeficienty:  $b = 0,0001$ ,  $c = 0,002$ ,  $m = 0,03$  a  $n = 0,09$ .

### 5.2 Stochastický model

Pro dosažení realističtějšího modelu byl koeficient osob s nově získanou maturitou generován náhodně v rozsahu od 70 000 do 120 000.

Graf na obrázku 2 (b) byl vygenerován se stejnými koeficienty, jako graf předchozí. Povinná maturita z matematiky v roce 2020 koeficient  $b$  ztrojnásobil.



Obr. 2 Grafy vývoje počtu zaměstnaných a nezaměstnaných v závislosti na čase s přísunem nových maturanů jednou ročně bez (graf a) a s MC efekty (graf b)

## 6 Shrnutí

Podařilo se nám implementovat metodu v programu Matlab. Pozorovali jsme provázanost populací v souladu s modelem predátor-kořist. Vyprodukovali jsme 3 simulace, první dva jsou deterministické, ve třetím bylo užito náhodného faktoru. První deterministický graf je s neomezeným přísunem nových maturanů, což postupně zvyšuje amplitudu růstu. Ve třetím grafu s užitím MC lze oproti grafu předchozímu spatřit změnu vývoje nezaměstnaných a u zaměstnaných můžeme pozorovat snížení hodnoty minim. Lze také pozorovat změnu klesající populace nezaměstnaných v čase odpovídajícímu příchodu nové populace zaměstnaných.

Zdrojový kód simulace k dispozici na : <https://uloz.to/!O07DbZT8Mads/mcdonald-m>

## Poděkování

Tímto bychom chtěli poděkovat vedoucímu našeho miniprojektu ing. Martinu Matysovi za pomoc, odborné vedení a konzultace. Dále také Vojtěchovi Svobodovi za organizaci Týdne Vědy a celému organizačnímu týmu TV@J2018.

## Reference:

- [1] MATOUŠKOVÁ, Kamila. Lotka - Volterra Model Predátor Kořist. Plzeň, 2009. Západočeská univerzita v Plzni. Dostupné také z: <http://num.kma.zcu.cz/galerie/MM-prace/Galerie%20MM%202009/Matouskova%20Predator-korist.pdf>
- [2] Entomologický ústav Adaptivní chování jedinců stabilizuje populační dynamiku Lotka-Volterrova modelu. In: Entomologický ústav [online]. České Budějovice, 2007 [cit. 2018-06-19]. Dostupné z: <http://www.entu.cas.cz/novinky/novinka/2403/>
- [3] Martin Matys [online]. Praha [cit. 2018-06-19]. Dostupné z: <http://kfe.fjfi.cvut.cz/~matysma4/>
- [4] KÜHNOVÁ, Jitka. Modely dravec-kořist a jejich počítačové simulace. Brno, 2007. Diplomová práce. Masarykova univerzita. Vedoucí práce Doc. RNDr. Zdeněk Pospíšil, Dr. Dostupné z: <https://is.muni.cz/th/qvzwx/diplomka.pdf>