

# Počítačové simulace proudění tekutin

J. Gebauer<sup>1</sup>, M. Hanušková<sup>2</sup>, J. Horák<sup>3</sup>, M. Švanda<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Gymnázium Jana Nerudy, škola hlavního města Prahy

<sup>2</sup>Gymnázium Velké Meziříčí

<sup>3</sup>SPŠ Ostrov

<sup>4</sup>Arcibiskupské gymnázium  
marsvanda@gmail.com

## Abstrakt:

Projekt se zabývá studiem vzniku turbulentních proudů, které mohou vznikat při proudění kolem těles. My jsme se zabývali prouděním kolem válce, který jsme vytvořili, a pomocí vstupních parametrů ovlivňovali vznik turbulencí. Následně jsme výsledky zhlédli a zjistili zákonitosti mezi ovlivňujícími faktory (vstupní rychlost, viskozita, velikost a tvar překážky) a výsledným prouděním. Tento vztah popisuje Reynoldsovo číslo, kterému se v našem příspěvku budeme také věnovat.

## 1 Úvod

Když tekutina obtéká nějaký předmět, kromě „jednoduchého“ (laminárního) proudění může vzniknout i proudění turbulentní. Turbulence mohou působit problémy v dopravě (letadla auta...), případně ji znesnadňovat. Co stojí za tímto jevem?

V naší práci budeme chtít zjistit, co je turbulentní proudění, jak vypadá a kdy vzniká. Za jakých podmínek proudí tekutiny turbulentně a kdy jinak? Jak se dá proudění tekutin popsat a simulovat?

## 2 Simulace proudění tekutin

### Teorie

Mezi základní rovnice hydrodynamiky patří Navierovy-Stokesovy rovnice, s jejich pomocí můžeme popsat proudění tekutin, které chceme zkoumat. Obecně není známé jejich analytické řešení a tudíž je můžeme řešit pouze numericky. Jde o dvě rovnice:

Zákon zachování hmotnosti:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$$

Zákon zachování hybnosti:

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v_i \mathbf{v}) = \rho f_i + \sum_{j=1}^n \frac{\partial \tau_{i,j}}{\partial x_j}$$

Pro nestlačitelné tekutiny můžeme předpokládat konstantní hustotu a získáme tedy podstatně jednodušší rovnice. Simulace, které jsme používali, pracovaly na principu těchto rovnic:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^n v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = f_i - \frac{\nabla p}{\rho} + \nu \Delta \mathbf{v}$$

Když tekutina obtéká předmět, vytvoří se laminární, nebo turbulentní proud. Laminární proud je běžný proud, přímý, proudnice se nemíchají. Turbulentní je chaotický proud, vytvářejí se víry a proudnice se míchají.

Který proud se vytvoří, záleží na Reynoldsově čísle. Jde o bezrozměrnou veličinu charakterizující proudění. Reynoldsovo číslo vystupuje v hydrodynamice velmi často, můžeme ho popsat takto:

$$Re = \frac{vd}{\nu}$$

Použité symboly:

$\rho$  – hustota

$f$  – vnější objemová síla

$p$  – tlak

$\tau$  – tenzorová síla

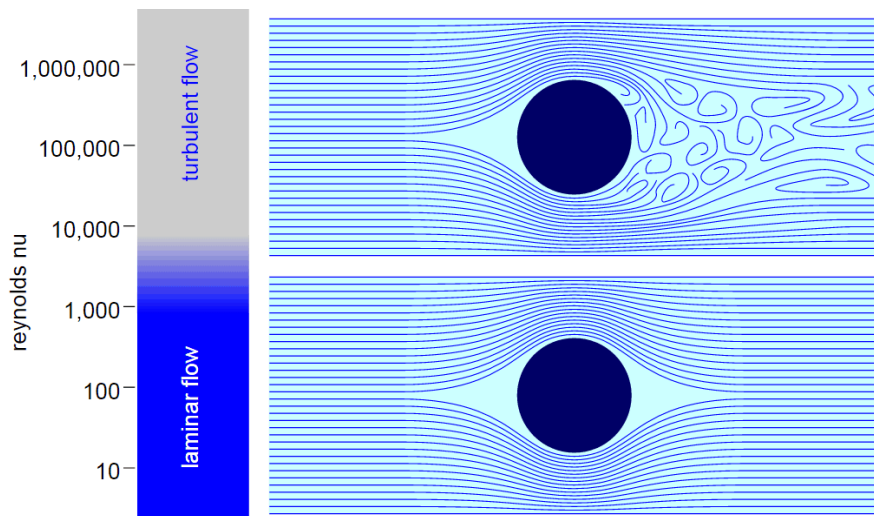
$\nu$  – kinematická viskozita

$\mathbf{v}$  – charakteristická rychlost (v našem případě vstupní rychlost)

$d$  – charakteristická délka (v našem případě průměr válce)

Viskozita určuje „jak moc tekutina teče“. Například kinematická viskozita vzduchu je  $1,33 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ , vody  $1,04 \cdot 10^{-6}$  a medu  $73,6 \cdot 10^{-6}$ .

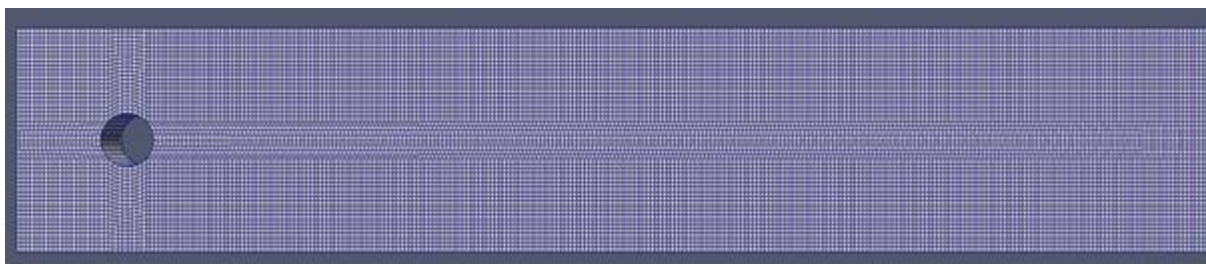
Pro vysoké Reynoldsovo číslo je proudění turbulentní, pro nízké laminární. Kritická hodnota (předěl mezi typy proudění) se liší pro různé kapaliny, potrubí, překážky, atd., proto se zjišťuje experimentálně.



## Metody

Proudění jsme simulovali následujícím způsobem. Zvolili jsme oblast, kterou bude proudění procházet. Následně jsme určili tělesa, která se budou v této oblasti nacházet. Jednodušší tělesa se zapisují pomocí jejich souřadnic a pro složitější modely lze využít 3D grafické programy. Nyní si zvolíme výchozí parametry, zejména rychlost proudění a viskozitu. Poté oblast pokryjeme sítí, kde z každého dílku vyčteme jednu hodnotu pro každou veličinu. Proto s vyšší hustotou sítě roste přesnost simulace. Zvyšují se ovšem také požadavky na výkon počítače.

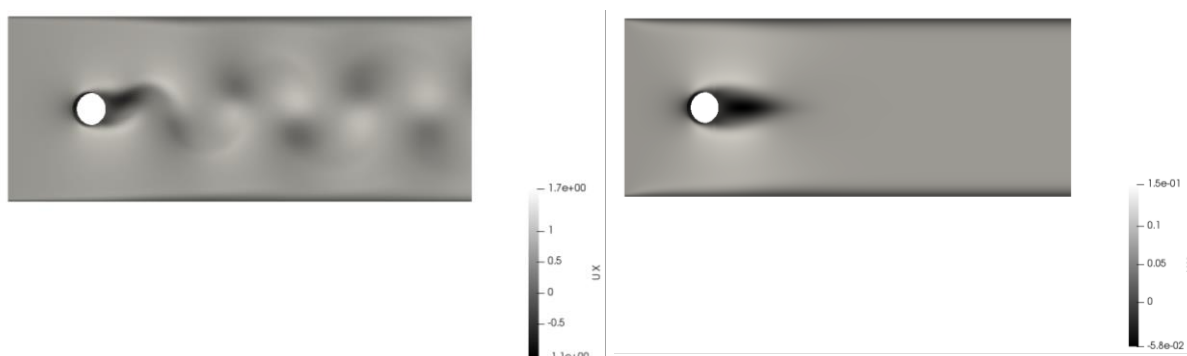
Poté již můžeme spustit simulaci, a to buď pomocí jednoho jádra procesoru, nebo paralelně pomocí více jader, což urychluje výpočty. Do tohoto momentu byly všechny naše kroky provedeny v programu OpenFOAM, výsledek jsme ovšem zobrazovali v programu ParaView.



(oblast pokrytá sítí)

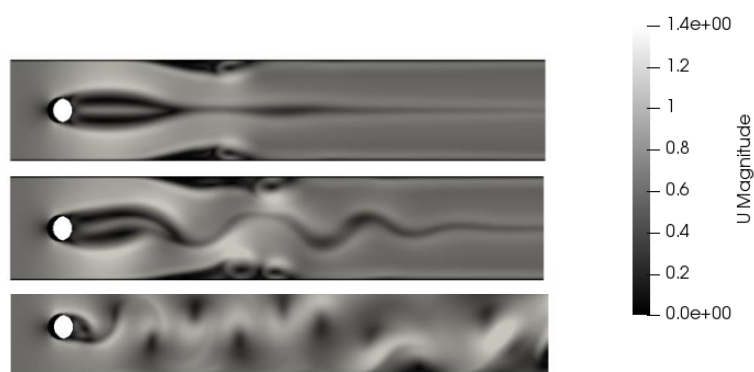
## Výsledky

1. Reynoldsovo číslo: Typ proudu závisí na Reynoldsově čísle (viz Teorie). Toto jsme potvrdili a kritickou hodnotu jsme našli okolo 1 000.



(obr. 1 turbulentní proudění  $Re=1400$ ; obr. 2 laminární proudění,  $Re=140$ )

2. Utvoření turbulentního proudění: Turbulentní proudění se nevytvoří hned, ale vzniká postupně (i když většinou velmi rychle). Nejdříve se utvoří jakýsi „stín“ či „ohon“ předmětu, který vypadá laminárně, ale po nějaké době se rozvlní a vytvoří se turbulentní proudění.



(čím světlejší je barva, tím rychleji tekutina proudí; obr. 1 „ohon“; obr. 2 rozvlnění; obr. 3 turbulentní proudění)

3. Vzdálenost zlomu: Pro stejné objekty (konkrétně válce stejného poloměru) je délka, kterou dosáhne ohon, ve chvíli kdy se rozvlní, vždy stejná bez ohledu na rychlost, viskozitu atd..

4. Nejistá hranice: Rychlost s jakou probíhá vznik turbulentní proudění (viz za 2.) opět záleží na Reynoldsově čísle (čím větší  $Re$ , tím rychleji vznikne). Ohon se stále protahuje a nakonec se rozvlní. U toho proudění, které jsme označili za laminární, se ohon také prodlužoval, avšak velmi pomalu. Je proto těžké určit, jaké proudění je laminární a jaké turbulentní. Pokud by se vytvořilo turbulentní proudění tam, kde jsme je označili za laminární, bylo by velmi pomalé a vytvářelo by se podstatně déle.

### 3 Shrnutí

Proudění všeobecně se dá popsat Navier-Stokesovými rovnicemi. S jejich pomocí je možné ho také simulovat. Charakter proudění určuje Reynoldsovo číslo. Proudění je turbulentní (chaotické, vířivé) pro vysoká  $Re$  a laminární pro nízká.

### Poděkování

Na závěr bychom chtěli poděkovat vedoucímu našeho miniprojektu Ing. Jakubovi Klinkovskému za uvedení do problému a ukázkou práce s programy OpenFOAM a ParaView. Dále děkujeme organizátorům Týdne vědy za možnost zúčastnit se této akce.

### Reference:

- [1] Reactor physics [online]. [citováno 18.června 2019], <https://www.reactor-physics.com/engineering/fluid-dynamics/laminar-flow-vs-turbulent-flow/>
- [2] Converter [online]. [citováno 18.června 2019], <http://www.converter.cz/tabulky/vzduch.htm>
- [3] Converter [online]. [citováno 18.června 2019], <http://www.converter.cz/tabulky/viskozita-vody.htm>
- [4] Converter [online]. [citováno 18.června 2019], <http://www.converter.cz/tabulky/kinematicka-viskozita.htm>
- [5] Výpočetní dynamika tekutin [online]. [citováno 18.června 2019], [http://jlk.fjfi.cvut.cz/teaching/tyden\\_vedy\\_2019/](http://jlk.fjfi.cvut.cz/teaching/tyden_vedy_2019/)
- [6] Wikipedie: Otevřená encyklopedie: Turbulentní proudění [online]. 2017 [citováno 18. 06. 2019]. [https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Turbulentn%C3%AD\\_proud%C4%9Bn%C3%AD&oldid=15389608](https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Turbulentn%C3%AD_proud%C4%9Bn%C3%AD&oldid=15389608)