Derivace a integrály v kinematice

K. Grohmannová, K. Haismanová,
J. Hůla, D. Miloschewsky

Cíle

- Seznámit se s derivacemi a integrály
- Prozkoumat jejich uplatnění v kinematice
- Odvození kinematických vztahů
- Využít derivací v experimentu
- Měření zrychlení vozíčku na vzduchové dráze

Motivace

- Proč jsou derivace a integrály důležité?
    - Široké využití v mnoha oborech od fyziky po ekonomii
- Historický vývoj derivací a integrálů
    - Známé již ve starověkém Řecku
    - sir Isaac Newton a Gottfried Leibniz -> systematický zápis a základy diferenciálního počtu
    - Matematicky korektní zavedení až o cca 100 let později s použitím epsilon-delta formulismu (tzv. limita funkce)

Uplatnění derivací a integrálů v kinematice

- 4 nejdůležitější veličiny
  - Čas t, poloha x, rychlost v, zrychlení a
    - t je nezávislý, ostatní veličiny jsou funkcemi t

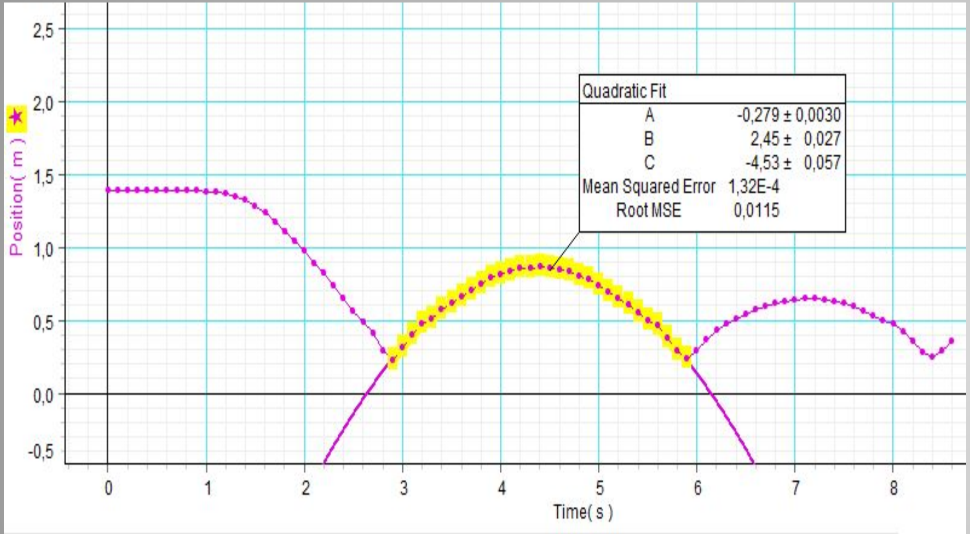
- Z integrálu(= plocha pod křivkou) lze zpátky spočítat tvar křivky tak, že plochu zderivujeme

Experiment

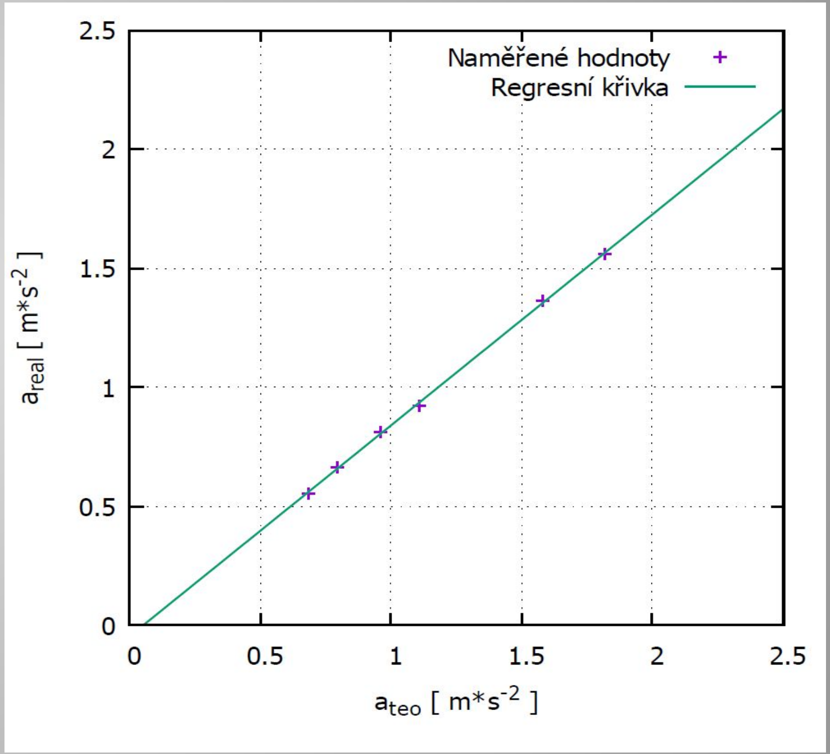
- Vozíček na vzduchové dráze
- Hmotnost upravovaná závažími
- Přivázaný k provázku s olověnkami
- Olověnky stahuje k zemi gravitační zrychlení
- Dráha -> zanedbatelné tření
- Síla působící na vozíček = Síla působící na celou soustavu
- Jednoduše vyjádřené zrychlení vozíčku

Realizace pokusu

Výsledky



Quadratic Fit
A -0,279 ± 0,0030
B 2,45 ± 0,027
C -4,53 ± 0,057
Mean Squared Error 1,32E-4
Root MSE 0,0115
Position(m)
Time(s)



Naměřené hodnoty
Regresní křivka
a_{real} [$m*s^{-2}$]
a_{teo} [$m*s^{-2}$]

Shrnutí

- Dosáhli jsme našich cílů
- Proběhl experiment
- Výsledky jsme porovnali s teoretickými výpočty
    - Reálná hodnota vyšla o 15% níž než ta vypočítaná

Poděkování

- Našemu supervizorovi Bc. Zbyňku Nguyenovi
- Ing. V. Svobodovi CSc.
- FJFI ČVUT


stěrka je základ
PLOCHA
$x = \int v \, dt$
POLOHA =
PLOCHA POD
RYCHLOSTÍ
RYCHLOST
ZÁVISÍ NA
ČASE
DERIVACE
$v = \dot{x}$
RYCHLOST =
ČASOVÁ ZMĚNA POLOHY
$\dot{s}(t) = \frac{d}{dt} s(t) =$
$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}at^2\right) = \frac{1}{2}a\left(\frac{d}{dt}t^2\right)$
$\dot{s}(t) = \frac{1}{2}a \cdot 2t = at$
$v(t) = at$
$v(t) = \dot{s}(t) = \dot{x}$
$v(t) = a \cdot t$