

Počítačové algebraické systémy a jejich využití ve fyzice

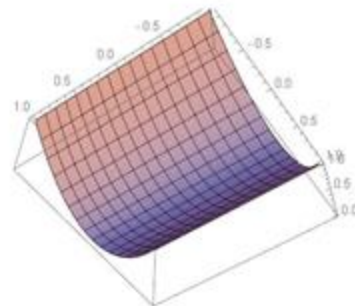
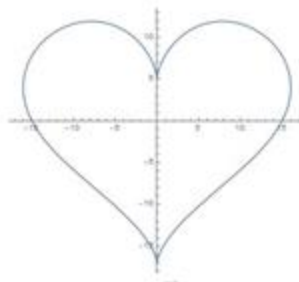
D. Pojhan, A. Vondra, Y. Herashchanka, J. R. Zbončák, M. Šilhavý, E. Sabol

Úvod:

- Automatizují řešení v matematice
Pomáhají při řešení komplexních matematických/fyzikálních úloh
- Mathlab, MATLAB, Octave, Axiom, Julia

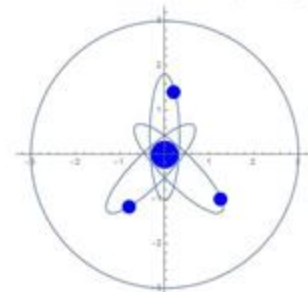
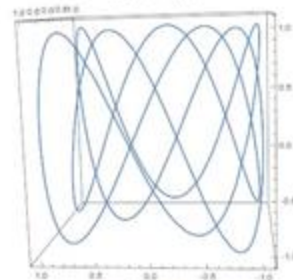
$$(16\cos(t)^3; 13\cos(t) - 5\cos(2t) - 2\cos(3t) - \cos(4t))$$

pro $-\pi < t < \pi$



$$z = x^2, y = 1$$

$$\begin{aligned} x &= \cos(3t + 0,7) \\ y &= \cos(2t + 0,2) \\ z &= \cos(7t + 0,1) \end{aligned}$$



$$k: (3\cos(t); 3\sin(t))$$

$$a: \left(\frac{\cos(t)}{3}, \frac{\sin(t)}{18}, \frac{312 + 3t}{18} \right)$$

$$b: \left(\sin\left(t + \frac{\pi}{6}\right) - \frac{9}{15}, \sin\left(t - \frac{\pi}{15}\right) \right)$$

$$c: \left(\sin\left(t + \frac{3\pi}{6}\right) - \frac{9}{15}, \sin\left(t - \frac{\pi}{15}\right) \right)$$

$$d: x^2 + y^2 < \frac{9}{100}$$

$$e: \left(x + \frac{8}{15}\right)^2 + (y + 1,172)^2 < \frac{9}{400}$$

$$g: (x - 1,25)^2 + (y + 1)^2 < \frac{9}{400}$$

$$h: (x - 0,2)^2 + \left(\frac{8t + 312 + \pi \cdot 3}{18}\right)^2 < \frac{9}{400}$$

Počítání:

Počítání v symbolickém módu a numerickém módu:

In[]:= `Sin [Pi / 4]` `Sin [Pi / 4] // N`

Out[]= $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 0.707107t[]=

Zjednodušování a rozšiřování výrazů:

In[]:= `Expand [(a - b) ^2]` `Simplify [a^2 + 2 * a * b + b^2]`

Out[]= $a^2 - 2 a b + b^2$ $(a + b)^2$ Out[]=

Řešení rovnic a nerovnic:

Obecné i numerické řešení rovnic v oboru reálných čísel:

```
In[]:=Solve[a * x^2 + b * x + c == 0, x]
```

$$\text{Out[]} = \left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right\}, \left\{ x \rightarrow \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right\} \right\}$$

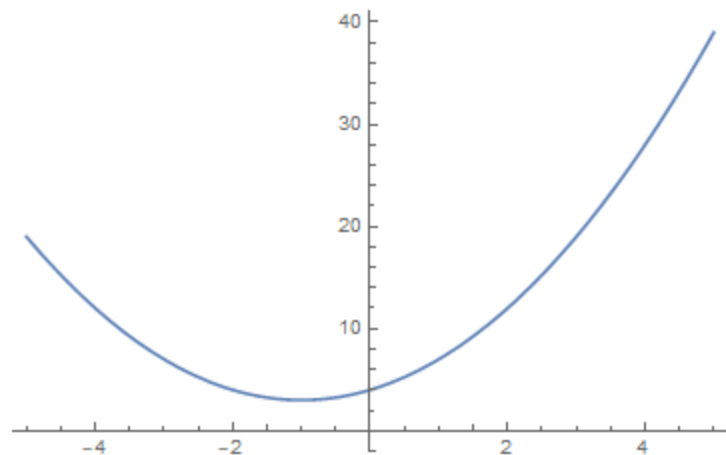
```
In[]:=Solve[-x^2 + 5x - 3 == 0, x] // N
```

```
Out[] = {{x -> 0.697224}, {x -> 4.30278}}
```

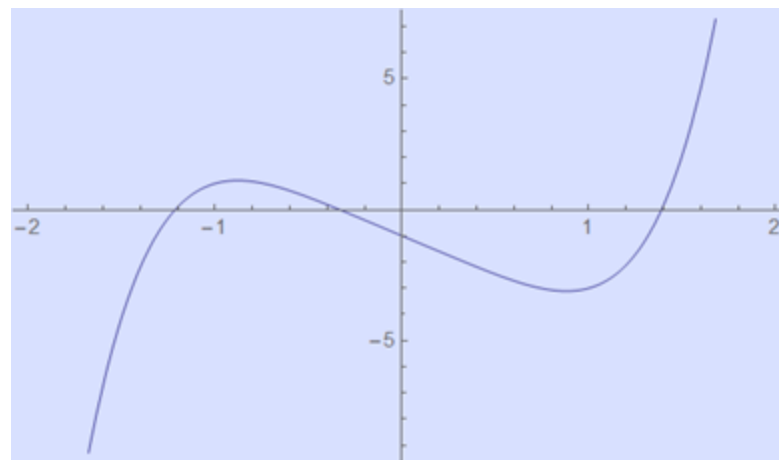
Grafické znázornění:

Grafické vyjádření výrazu:

```
In[ ]:=Plot[x^2 + 2 x + 4, {x, -5, 5}]
```



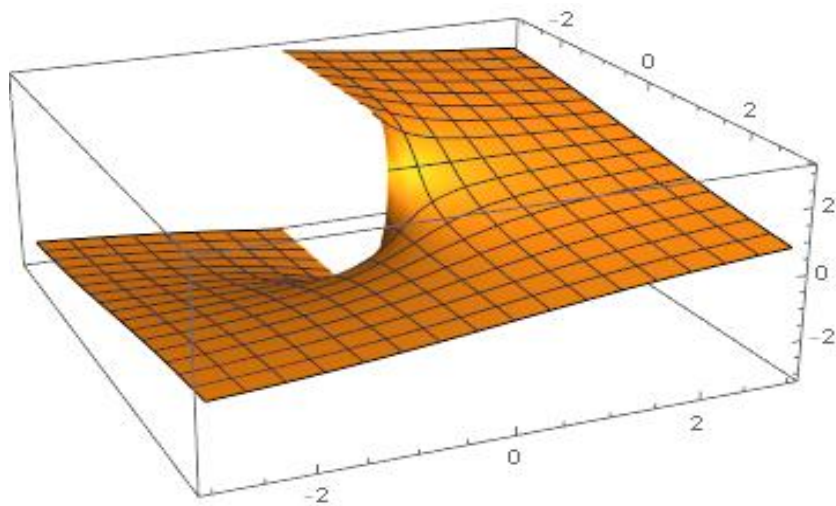
```
Plot[x^5 - 3 x - 1, {x, -2, 2}]
```



Grafické znázornění:

Grafické vyjádření v 3D:

```
In[] := Plot3D[Arg[x + I*y], {x, -3, 3}, {y, -3, 3}, PlotRange -> Full]
```

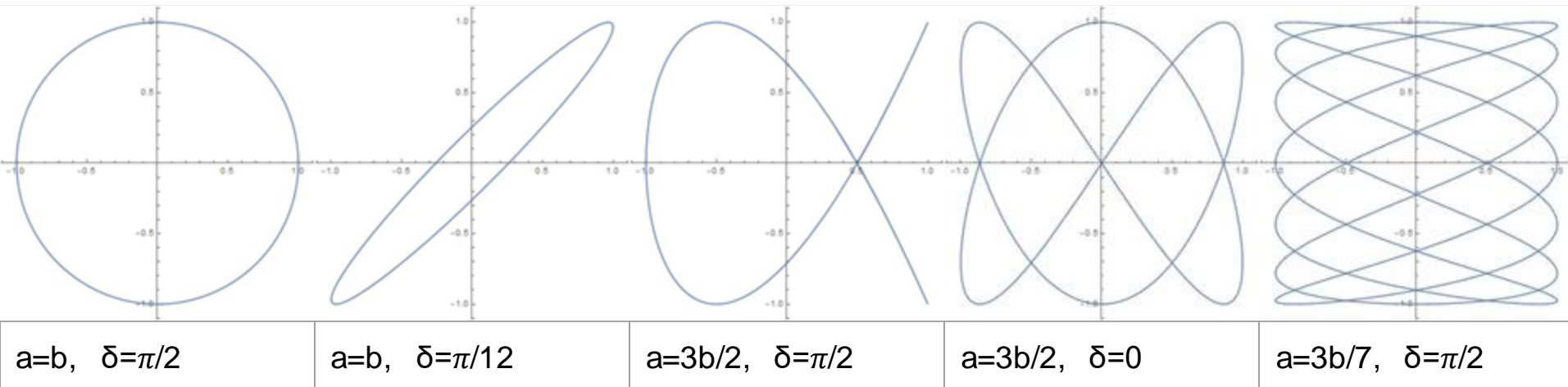


Vyjádření parametrických funkcí:

Parametrické vyjádření

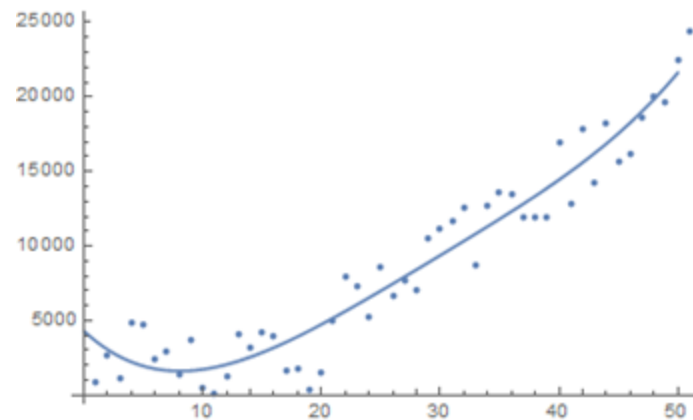
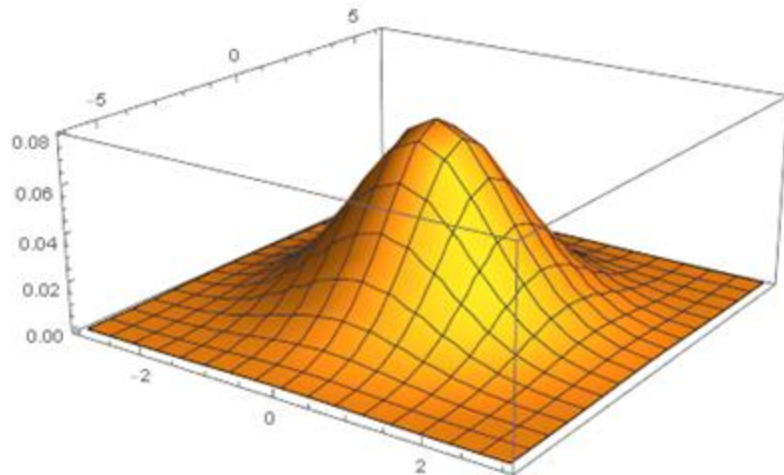
```
ParametricPlot [{Sin[a * t - δ], Sin[b * t]}, {t, 0, c}]
```

při různých a, b, δ získáme



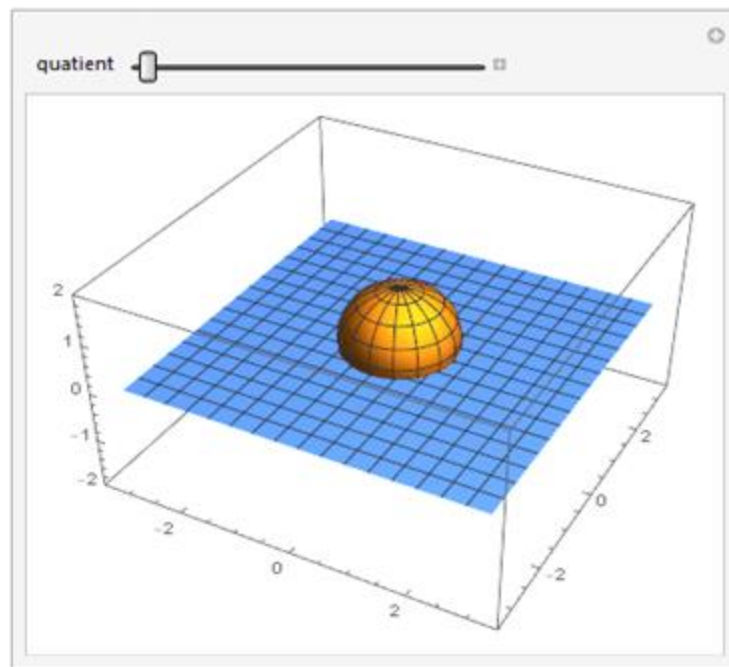
Využití PAS:

- ve statistice, strojovém učení, neuronových sítích (podpora SVM, ANN, regresní analýza, klasifikátory)
- modelování fyzikálních jevů
- řešení matematických problémů



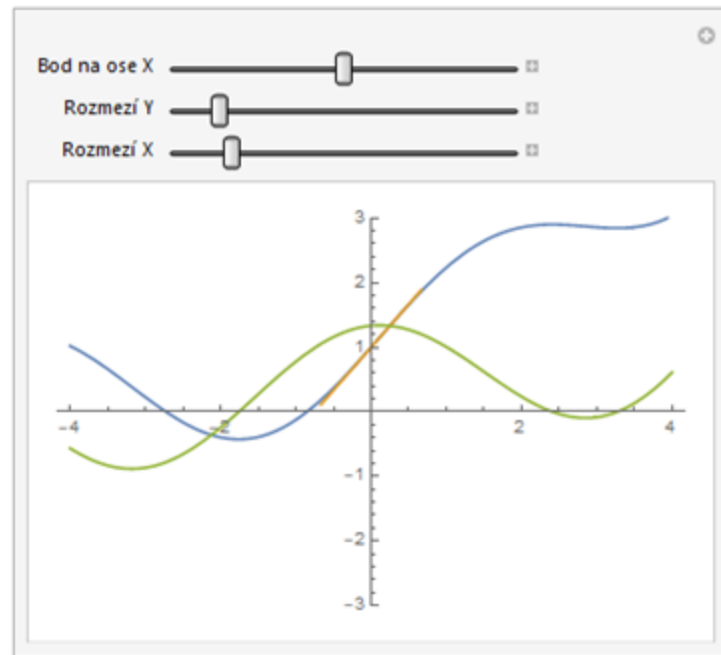
Ponořování koule:

Toto je ukázkou změny poměrů hustoty prostředí a ponořovaného objektu



Derivace:

- Grafické znázornění matematického problému derivace
- Rychlý výpočet hodnot



— Funkce f — Derivace f'
— Tangenta v bodě

Simulace oběhu tělesa ve Sluneční Soustavě



Teorie

- Hlavní a vedlejší poloosa
- Potenciální gravitační energie
- Plošná rychlost
- Keplerovy zákony
- Excentricita

Reference

<https://demonstrations.wolfram.com/KeplersSecondLaw/>