Simulované žíhání jako nástroj k hledání optimálního řešení

Michael Pokorný - Střední škola aplikované kybernetiky s.r.o. - pokorny.michael@ssakhk.cz

21. června 2011

Úvod

- Nedeterministická metoda optimalizace
- Scott Krikpatrick, C. Daniel Gelatt, Mario P. Vecchi 1983, Vlado Černý 1985
- Intuice: postupné chlazení kovu
  - Vznikají velké a pravidelné krystaly bez nepravidelností
  - Molekuly hledají minimum vnitřní energie
  - Zahřátí umožňuje uvolnění z lokálního minima
- Užitečné na velký stavový prostor bez nutnosti zcela ideálního řešení nebo na černé skříňky

Popis

- Molekula $\longrightarrow$ stav, energie $\longrightarrow$ ohodnocení stavu, teplota se „přimyslí"
- Stav fluktuuje podle velikosti teploty a podle toho, jestli jde „do kopce" nebo „z kopce"
- Stav $\in \mathbb{R}, \mathbb{Z}, \mathbb{R}^N, \ldots$

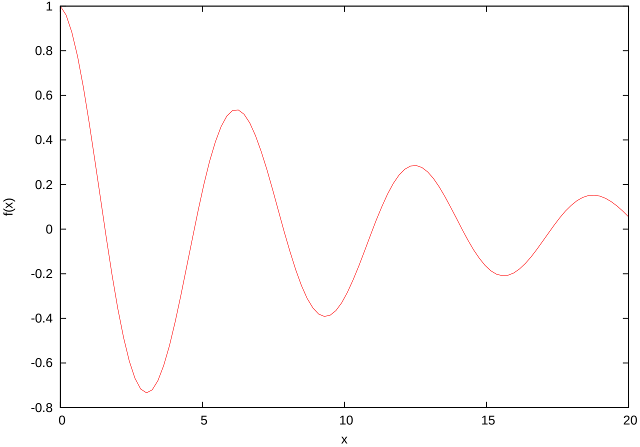
Algoritmus

Vstup: T_0 (počáteční teplota), $\vec{\mathrm{x}_0}$ (počáteční stav)
$T \leftarrow \mathrm{T}_0$, $\vec{x} \leftarrow \vec{\mathrm{x}_0}$, $k \leftarrow 0$
opakuj
 $\vec{x_n} \leftarrow$ stav z okolí $\vec{x}$
 $p \leftarrow \mathrm{g}(\frac{\mathrm{f}(\vec{x})-\mathrm{f}(\vec{x_n})}{T})$
 $\vec{x} \leftarrow \vec{x_n}$ s pravděpodobností p
 $k \leftarrow k+1$
 $T \leftarrow \mathrm{h}(\mathrm{T}_0, k)$
dokud $k < \mathrm{k_{max}}$;

Charakteristické funkce

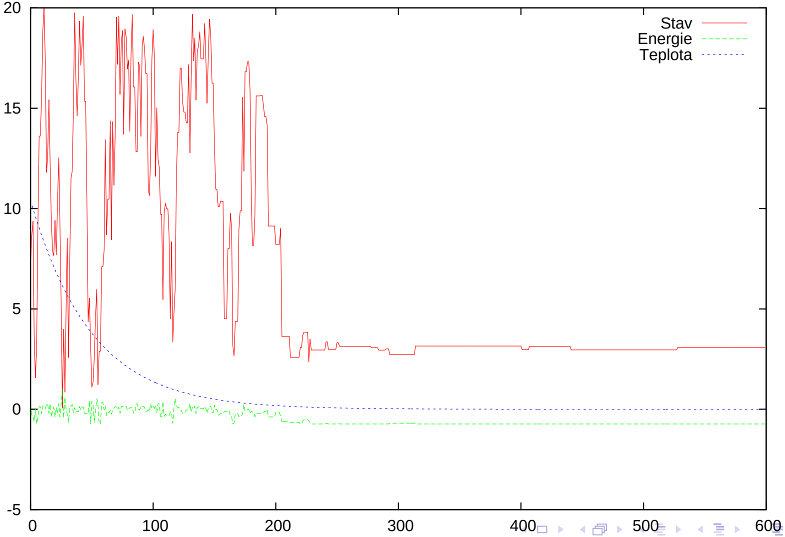
- Skoková funkce g a ochlazovací funkce h charakterizují optimalizaci
- Obvyklé kombinace:
  - „Klasická": $\mathrm{g}_1(x) = \begin{cases} \exp(x) & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$, $\mathrm{h}_1(T_0, k) = T_0 \cdot \mathrm{Q}^{k-1}$
  - „Moderní": $\mathrm{g}_2(x) = (1 + \exp(-x))^{-1}$, $\mathrm{h}_2(T_0, k) = \frac{T_0}{\log_2(K+2)}$
  - FSA (fast simulated annealing): $\mathrm{g}_3(x) = \frac{1}{2} + \frac{\arctan x}{\pi}$, $\mathrm{h}_3(T_0, k) = \frac{T_0}{1+\frac{K}{\mathrm{N}_0}}$ + Cauchyho rozdělení vzdálenosti nového stavu v závislosti na teplotě $\longrightarrow$ rychlé a přesné

1D funkce

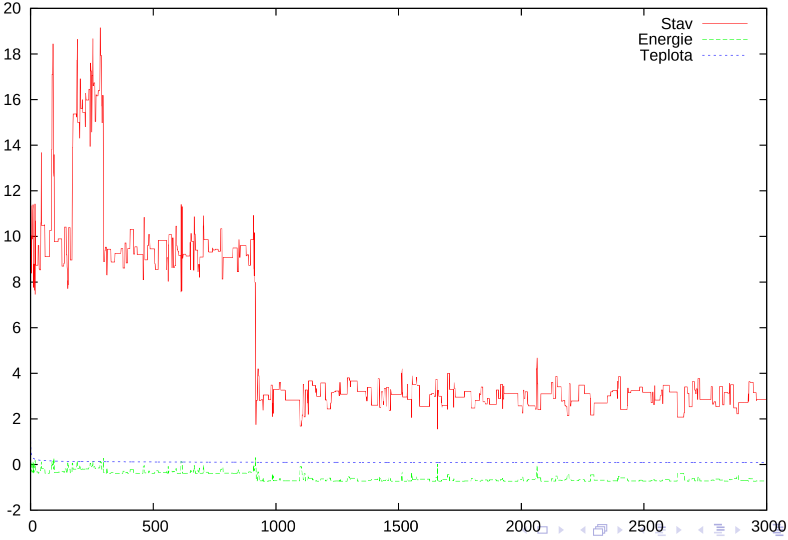


Minimalizace $\mathrm{f}(x) = \exp(\frac{-x}{10}) \cdot \cos(x)$ na intervalu $\langle 0; 20 \rangle$

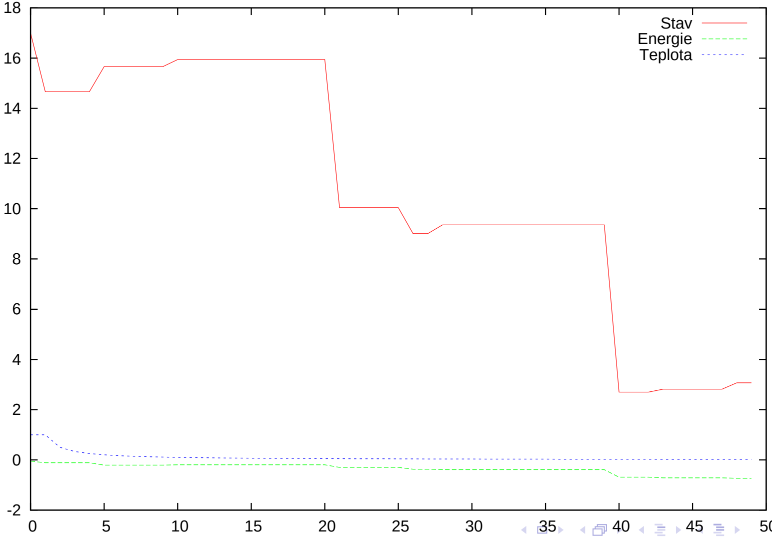
Výsledky - 1D funkce



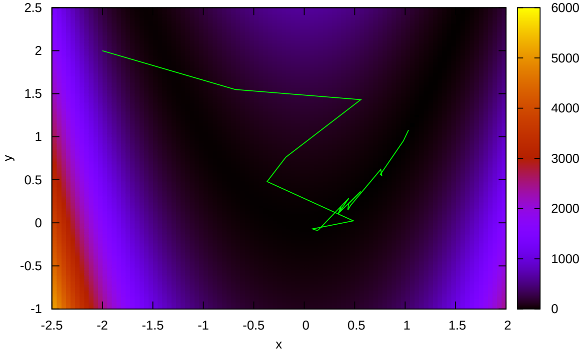
Výsledky - 1D funkce



Výsledky - 1D funkce - FSA

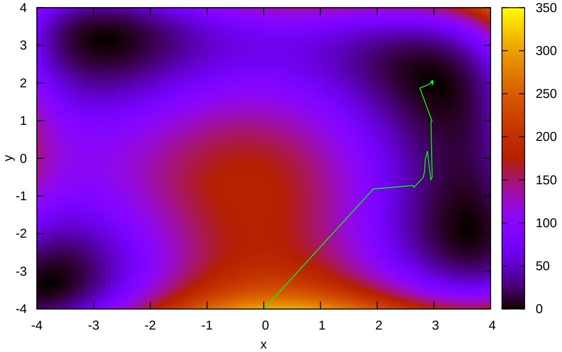


Rosenbrockova funkce



$$\mathrm{R}(x, y) = (1 - x)^2 + 100(y - x^2)^2$$

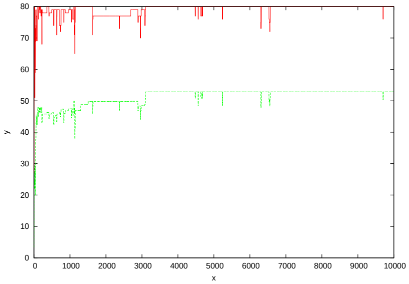
Himmelblauova funkce



$$\mathrm{H}(x, y) = (x^2 + y - 11)^2 + (x + y^2 - 7)^2$$

Problém batohu

- 0-1 knapsack problem: různé předměty s různou hmotností, každý s jinou hodnotou. Batoh má omezenou hmotnost. Jak vypadá nejhodnotnější batoh?
- NP-complete, ale lze rozumně řešit žíháním
- Stav je věcí v batohu, energie je $-(cena v c v batohu)$



Shrnutí

- Simulované žíhání je rychlé a funkce může být černá skříňka
- FSA je ještě rychlejší a lepší

Poděkování

Děkuji doc. Ing. Jaromíru Kukalovi, Ph.D. za inspirující odborné vedení miniprojektu a Ing. Vojtěchu Svobodovi, CSc. za organizaci Fyzikálního týdne vědy na Jaderce 2011.