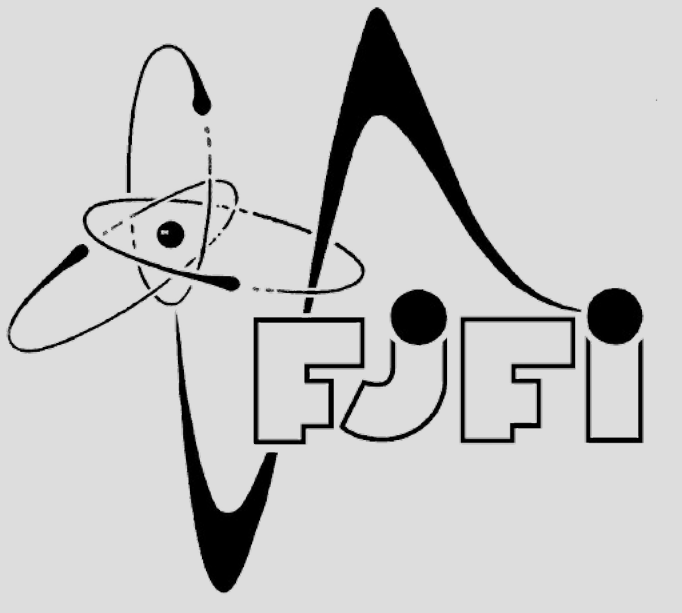




# POČÍTAČOVÉ ALGEBRAICKÉ SYSTÉMY A JEJICH APLIKACE (NEJEN) VE FYZICE

M. Kocourek; Gymnázium Chotěboř; matejkocourek825@gmail.com  
D. Něnička; Gymnázium Rožnov pod Radhoštěm; david.nenicka@email.cz  
M. Pavlíček; Gymnázium Chotěboř; pavlicek.marek@centrum.cz



Týden vědy na Jaderce 2024

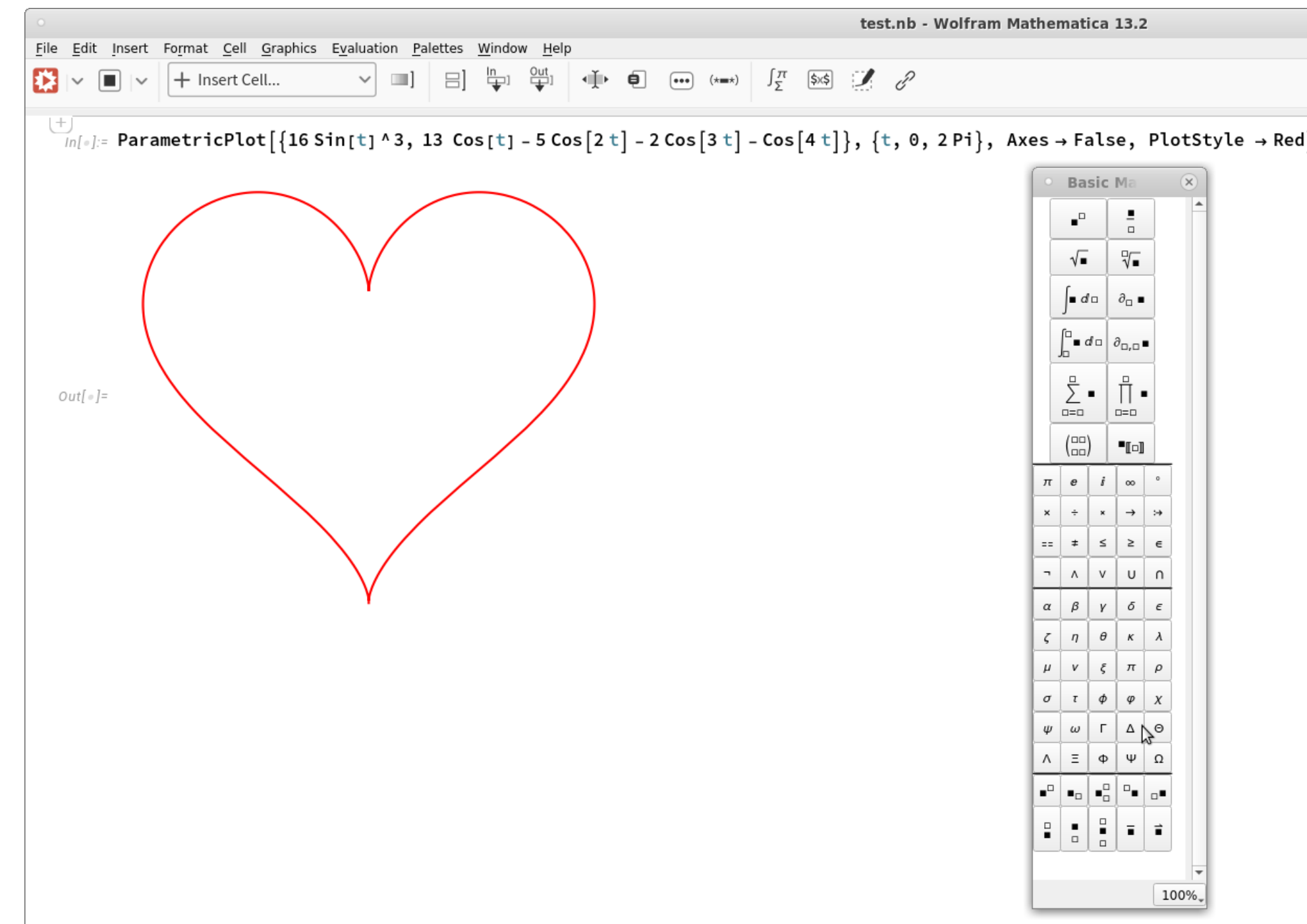
## Abstrakt

Cílem našeho projektu bylo seznámit se s počítačovými algebraickými systémy (PAS) a s jejich praktickým využitím v matematice, fyzice, ale i v chemii či ostatních vědách. Věnovali jsme se především programu Wolfram Mathematica, přičemž jsme se naučili základní operace a práci s ním. Při řešení rozmanitých problémů jsme se potkali i s umělou inteligencí, kdy jsme za pomoci modelu Claude 3 byli schopni získat ještě zajímavější výstupy.

## Wolfram Mathematica

Wolfram Mathematica je software, který se zabývá problematikou matematiky, ale dokáže vyřešit i praktické problémy z oblasti fyziky a dalších věd. Jedná se v podstatě o textový editor, do kterého vpisujeme matematické výrazy (např. předpisy funkcí, rovnice, nerovnice, derivace, integrály, matice, atd.), které chceme řešit. Jako vstup bere tato aplikace speciální jazyk Wolfram Language. Na jeho základech stojí také Wolfram Alpha, populární AI nástroj. Mathematica si drží svou dobrou pozici na trhu zejména díky kombinaci velkého počtu funkcí a kvalitního, poměrně jednoduchého UI. Je vyvíjena společností Wolfram Research a v současnosti je dostupná už její čtrnáctá verze.

## Uživatelské rozhraní



## PAS a AI

Na dnešní době je dobré to, že i když někdo neumí obecně programovat, tak stále může vytvářet kódy s relativní lehkostí, s pomocí umělé inteligence. Například AI "Claude 3", které jsme při miniprojektu využívali my, je jedno z těch nejlepších pro programování, jelikož zná téměř všechny programovací jazyky a dokáže s nimi pracovat. Nicméně i přes kvalitu tohoto modelu je stále zapotřebí výstupy do značné míry korigovat.

## Využití v matematice

Algebraické systémy dokáží analyticky vyřešit všechny typy rovnic, u kterých je toto řešení možné, a ty ostatní potom řeší numericky. Příkladem je řešení kvadratické rovnice. Vstupní řádek programu vypadá následovně:

```
Solve[a*x^2 + b*x + c == 0, x]
```

a výstup zase takto:

$$\left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right\}, \left\{ x \rightarrow \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right\} \right\}$$

Důležitou funkcí programu Mathematica je příkaz `Manipulate[]`, s jehož pomocí můžeme libovolně měnit parametry funkce nebo výrazu. To lze hezky demonstrovat na binomické větě při roznásobování výrazu  $(a + b)^k$ . Vstupem je v tomto případě příkaz

```
Manipulate[(a + b)^k, {k, 1, 10, 1}]
```

který nám říká, že za parametr  $k$  můžeme libovolně dosazovat celá čísla od 1 do 10. Pro  $k = 6$  bude výstupem výraz

$$a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$$

Nedílnou součástí matematiky je také tvorba grafů. I v tomto je program Mathematica velmi dobrým nástrojem pro usnadnění naší práce. Pro ukázkou si vezmeme dvě funkce

$$f_1(x) = \sin 3x + 1,$$

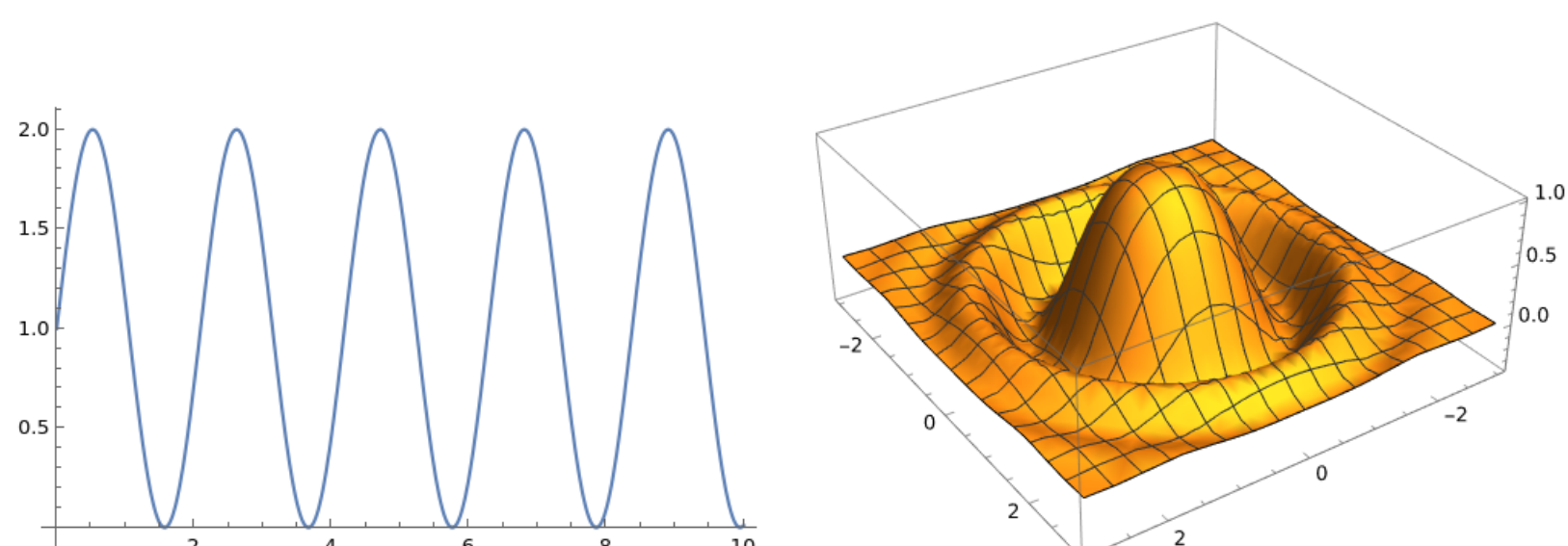
$$f_2(x, y) = \cos(x^2 + y^2) \cdot e^{-\frac{x^2+y^2}{3}}.$$

V Mathematice je vykreslíme pomocí příkazů `Plot[]` a `Plot3D[]`:

```
Solve[a*x^2 + b*x + c == 0, x]
```

```
Plot3D[Cos[x^2 + y^2] * Exp[-(x^2 + y^2) / 3], {x, -3, 3}, {y, -3, 3}]
```

a získáváme dva grafy funkcí.



## Využití ve fyzice

Algebraické systémy se ve fyzice využívají k matematickému popisu fyzikálních jevů a problémů. Pomocí algebraických systémů lze vyjádřit fyzikální zákony, rovnice pohybu, vztahy mezi veličinami a další matematické vztahy, které popisují chování systémů ve fyzice. Pomocí algebraických systémů lze také modelovat a simulovat fyzikální jevy a provádět analýzu dat z experimentů.

Celkově lze říci, že algebraické systémy jsou nedílnou součástí moderní fyziky. Jsou nezbytné pro analýzu a porozumění fyzikálním jevům a procesům. Jejich chytré využití umožňuje fyzikům efektivněji pracovat s fyzikálními problémy a dosahovat tak přesnějších a komplexnějších výsledků.

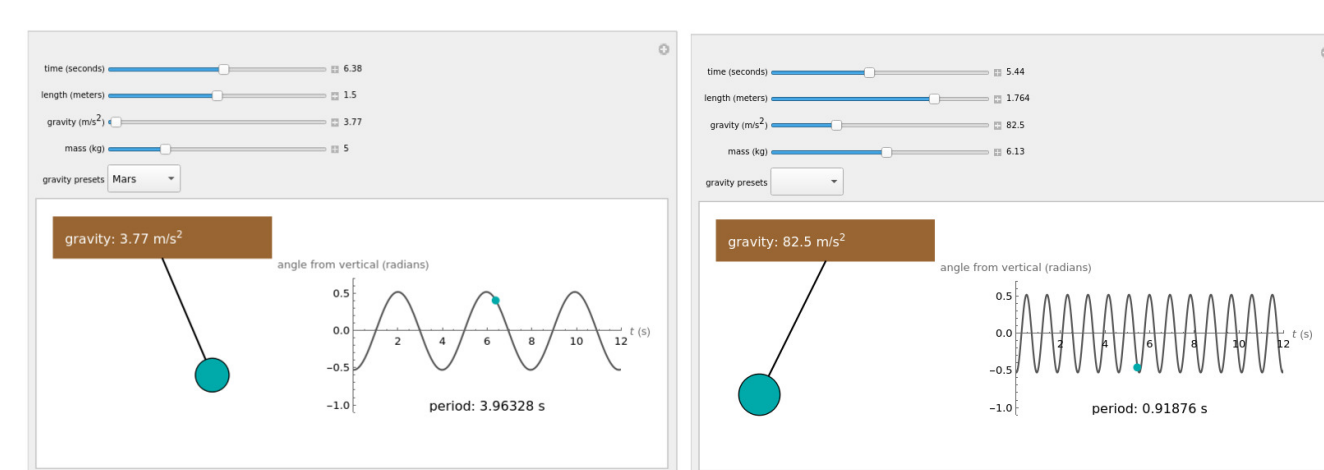


Fig. 8: h

## Shrnutí

Počítačové algebraické systémy představují významný nástroj v oblasti symbolických (i numerických) výpočtů. Staly se už prakticky nedílnou součástí moderní vědy. Jejich neustále trvající vývoj a inovace v oboru budou i nadále posouvat hranice toho, co může být vypočítáno, analyzováno či vybadáno.

Děkujeme především panu doc. Dr. Ing. Milanu Šiňorovi, jenž nás tímto miniprojektem po celou dobu provázel. Naše díky patří také panu Ing. Vojtěchu Svobodovi, CSc; dále Karlu Kolářovi a všem, co se podíleli na organizaci letošního ročníku Týdne vědy na Jaderce.

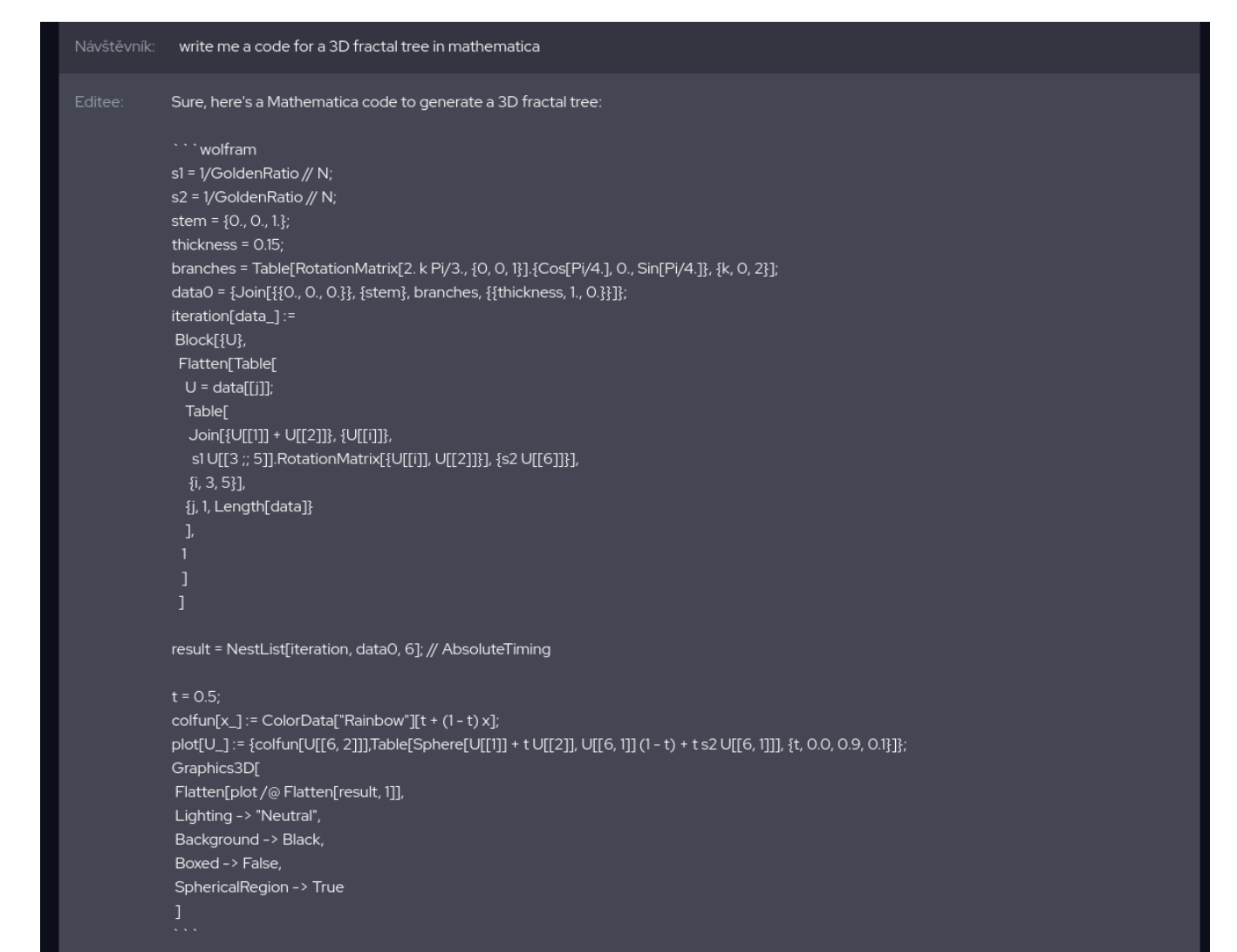
## Reference

A. Filkászová. *Matematický software a zpracování dat*. Z. Buk. *Základy práce se systémem Mathematica*. Wolfram Demonstrations Project. *Effect of Gravity on a Simple Pendulum*.

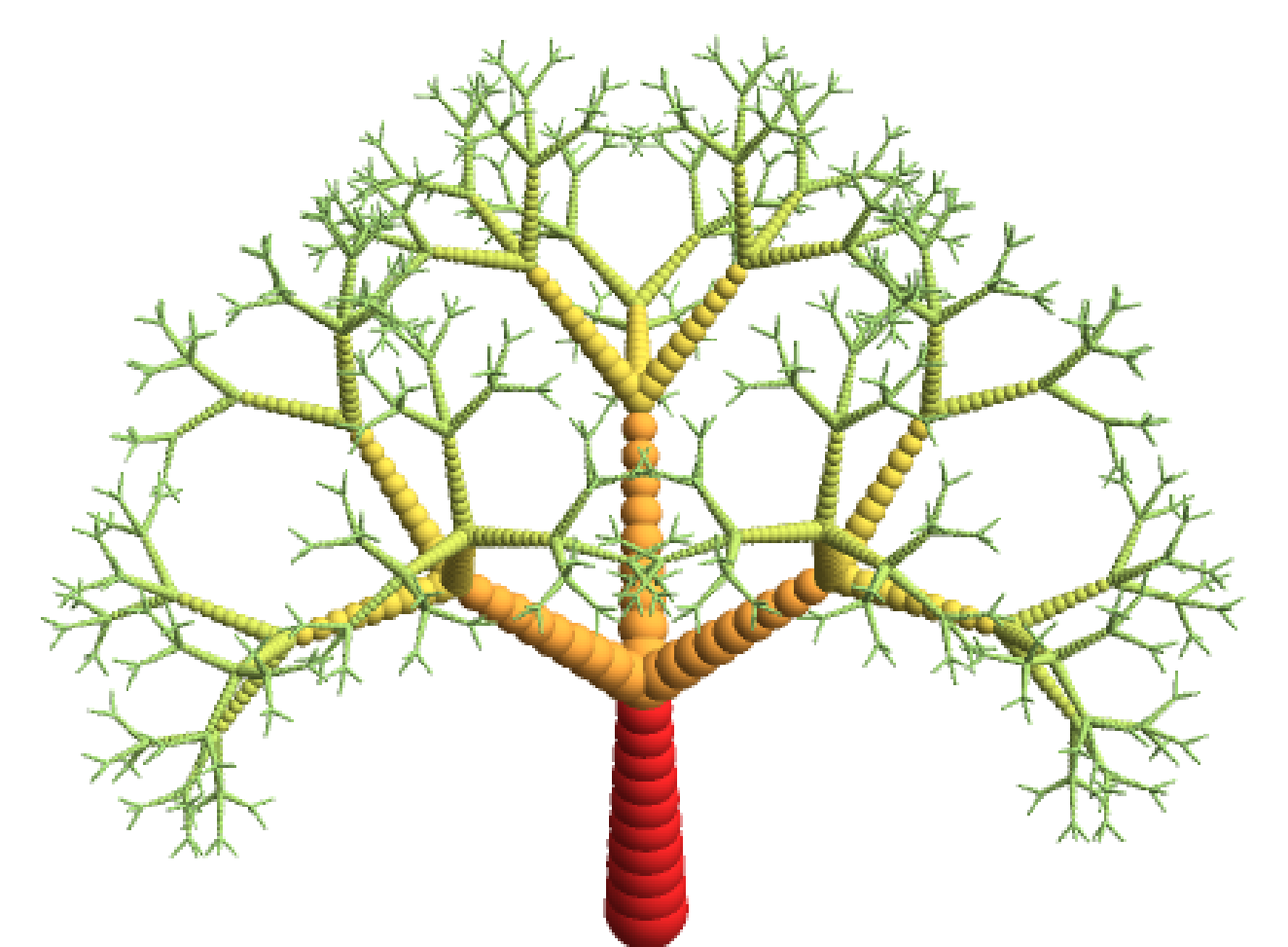
## Využití AI při tvorbě fraktálů

Již zmínované využití AI při tvorbě programu nezná hranic a jakýkoli nápad dokáže téměř vždy bezchybně zrealizovat. Pod tímto textem je vidět náš pokus o fraktální strom ve 3D, což by pro nás bylo velmi obtížné vymyslet. Vypomohli jsme si umělou inteligencí, která něco takového dokáže vytvořit během pár vteřin.

## Fraktály - AI výstup



## Fraktály - výsledek



# TÝDEN VĚDY NA JADERCE