

Počítačové zobrazování fraktálních množin

Kopalová Barbora¹, Krpenský Antonín², Srnec František³, Štorek
Jaroslav²

Gymnázium Tanvald¹, Gymnázium Praha 9², Gymnázium Most³

bara.kop@volny.cz, tonda.krpensky@gmail.cz, franzz13@seznam.cz,
storek.jara@seznam.cz

Abstrakt:

Naše práce pojednává o principech fraktálů a jejich třídění. Seznamujeme čtenáře s tím, co fraktály jsou a jak se tvoří. Součástí naší práce bylo vytvoření programu pro vykreslování některých fraktálních množin.

1 Úvod

V naší práci se věnujeme problematice fraktálů. Představujeme, co fraktály jsou, k čemu je lze využít a jak je vytvořit. Sami jsme se pokusili o naprogramování programu k vykreslení některých fraktálních množin.

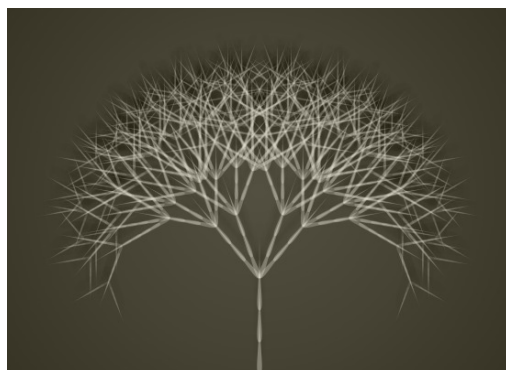
2 Fraktály

Co je fraktál?

Fraktál je geometrický útvar, který se vyznačuje soběpodobností, což znamená, že je invariantní vůči změně měřítka. Můžeme jej vytvořit jedním postupem, který budeme dokola opakovat.

Typy fraktálů

- L-systémy** slouží pro modelování růstu rostlin. L-systém popisuje pravidla pro vývoj rostliny, která se opakovaně aplikují na vznikající model. Tato pravidla mohou např. popisovat, za jakých podmínek se stonek rostliny rozdvojí, zda má vzniknout list nebo zda má část rostliny uhynout.



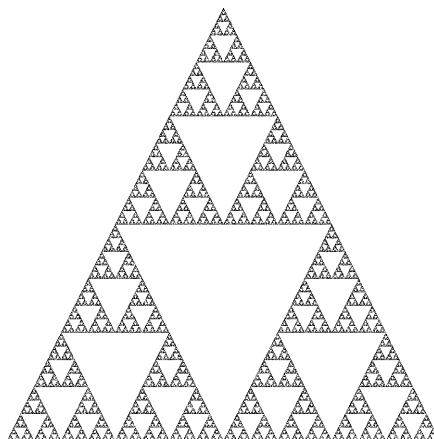
- b) **IFS fraktály** jsou konstruovány pomocí tzv. afinních transformací, které provádí s daným objektem několik operací: rotaci, zmenšování a posun. Například Sierpinského trojúhelník – Obrázek 1.
- c) **Polynomické fraktály (TEA)** jsou fraktální útvary v komplexní rovině, které vznikají například iterací jednoduchého vzorce $x^2 + c$, kde x a c jsou komplexními čísly. Výsledný útvar je množinou bodů c , pro které řada nediverguje.
- d) **Náhodné fraktály** se používají především pro popis přírodních objektů, protože do výpočtu vnášejí prvek náhody. Nejsou soběpodobné, ale pouze soběpříbuzné, což znamená, že část množiny je pouze podobná, nikoli stejná jako celá množina.

Užití fraktálů

Fraktály se používají například pro modelace přírodních procesů, jako je růst rostlin, rozrůstání mikroorganismů, formování mraků (počasí) nebo turbulence. Dále např. při předpovídání vývoje na burze. Můžeme je také zahlédnout v oboru designu a v počítačové grafice.

Náš program

K vytvoření programu jsme použili programovací jazyk C s knihovnou SDL. Podařilo se nám naprogramovat Mandelbrotovu množinu s jejími variacemi na třetí, čtvrtou a pátou mocninu. Dále jsme také vytvořili Sierpinského trojúhelník metodou „chaos game“. To je metoda, kdy si zvolíme tři pevné body a dále si zvolíme libovolný bod. Posléze vytvoříme spojnicu mezi tímto bodem a jedním z pevných bodů. V jejím středu zakreslíme bod. Od tohoto bodu pokračujeme k dalšímu z pevně zvolených bodů a tento postup opakujeme. Podle počtu iterací vzniká úměrně čitelný Sierpinského trojúhelník. Naši práci dokumentují obrázky č. 1, 2 a 3.

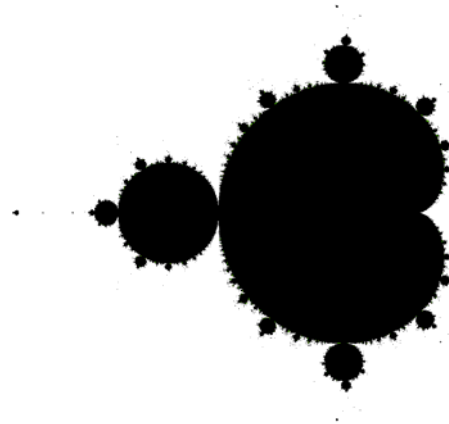


Obrázek 1 - Sierpinského trojúhelník

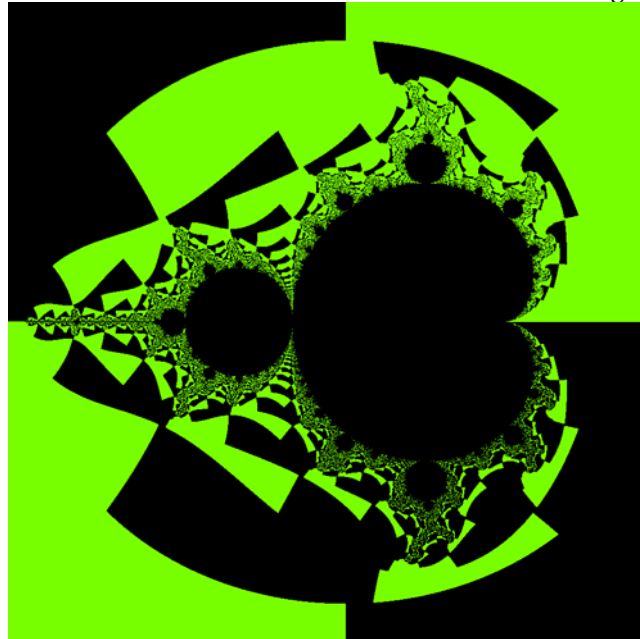
Obarvovací algoritmy

V našem případě jsme Mandelbrotovu množinu obarvili třemi běžnými způsoby. Prvním byl binární způsob, tzn., že jsme vykreslili pouze body, které do množiny patří. Dále jsme použili algoritmus odhadování vzdálenosti, kde barva odpovídá počtu nutných iterací ke zjištění, zda bod do množiny patří, či nikoli. A jako poslední obarvení jsme

zvolili algoritmus binární dekompozice, kde jsme podle kladnosti či zápornosti imaginární složky rozhodli o barvě bodu.



Obrázek 2 - Mandelbrotova množina obarvená binárním algoritmem



Obrázek 3 - Mandelbrotova množina obarvená logaritmem binární dekompozice

3 Shrnutí

Dozvěděli jsme se, že fraktály jsou téměř všude přítomné. Můžeme jimi popisovat přírodní a další jevy. Výsledkem naší práce je především program, který jsme naprogramovali. Tento program dokáže zobrazovat několik barevných variací Mandelbrotovy a Juliovy množiny a také Sierpinského trojúhelníku. Jeho součástí je také přibližování a oddalování náhledů. Jako největší úspěch považujeme vytvoření animace zdánlivě třírozměrného Sierpinského trojúhelníku.

Reference:

PAUŠ P.: *Počítačová analýza fraktálních množin*, 2005

PAUŠ P.: *Počítačové generování fraktálních množin*, 2004

PEITGEN, H.-O., HARTMUT J., DIETMAR S.: *Chaos and fractals: new frontiers of science*. Springer, 2004.