

Počítačové simulace fyzikálních problémů

J. Jukl, R. Kuba

Týden vědy na Jaderce

jan.jukl@email.cz, rikub.cz@gmail.com

Abstrakt:

Zaměřili jsme se na simulaci dynamiky vystřeleného projektilu v prostředí s odporem. Studovaný problém lze popsat Newtonových druhým zákonem, který nám poskytne matematickou formulaci problému pomocí soustavy obyčejných diferenciálních rovnic. Tato soustava není obecně analyticky řešitelná, ale užitím Eulerovy metody ji lze diskretizovat. Připravili jsme program v C# poskytující numerické řešení daného problému za různých nastavení parametrů.

1 Úvod

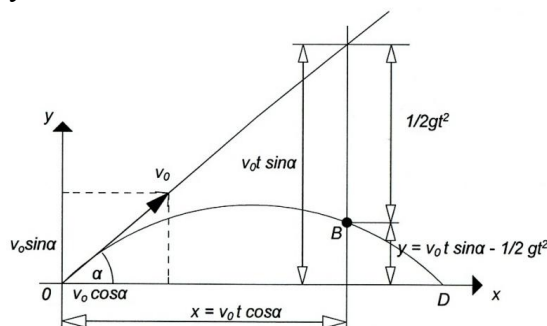
Počítačové simulace se využívají všude kolem nás, např. před uvedením nového auta jsou provedeny crash testy na počítači, sestavením nového letadla, jehož vlastnosti jsou testovány na počítači či tok vozidel novou křižovatkou se simuluje. Nakonec i populární počítačové hry obsahují nesčetně mnoho simulací, pokoušející se hru přiblížit reálnému světu.

Vědcům simulace umožňují vyzkoušet si spoustu problémů nanečisto, čímž se ušetří mnoho prostředků a redukuje možné omyly při experimentu. Vybrali jsme si jednoduchý model vrhu s odporem, což nám dalo příležitost, vyzkoušet si simulace fyzikálních problémů.

2 Vrh v prostředí

Teorie vrhu

Veškeré rovnice, které jsme v programu pro výpočty použily, vychází z Newtonova druhého pohybového zákona. Vrhem nazýváme, když se těleso, jemuž udělíme počáteční rychlost v_0 a elevační úhel (úhel, pod kterým těleso vystřelíme vzhledem k ose x) α , pohybuje se v homogenním gravitačním poli. Pokud bychom tento problém přenesli do soustavy souřadnic, výsledkem takového pohybu bude parabola s vrcholem v bodě, který leží v kladných poloosách x i y – H. Viz obr. 1.



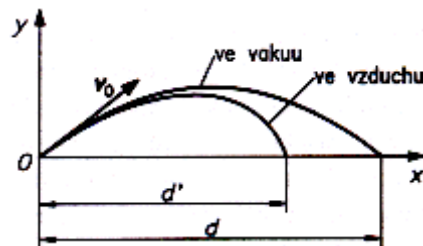
Obr. 1

Problém volného vrhu bez odporu je formulován pomocí diferenciální rovnice:

$$-gm\vec{y}_0 = m\vec{a}$$

Pro změnu souřadnic na ose x platí: $x = x_0 + v_0 t \cos \alpha$, kde x_0 je počáteční souřadnice na ose x, v_0 je počáteční rychlost, t je čas a α je elevační úhel. Můžeme si všimnout, že po ose x nepůsobí žádné tíhové zrychlení. Pro změnu souřadnice y platí: $y = y_0 + v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2$

Naším cílem bylo simulovat prostředí na planetě zemi. Z důvodu odporu vzduchu bude graf tohoto vrhu vypadat jinak, viz obr. 2. Vzdálenost dopadu lze spočítat: $d = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$



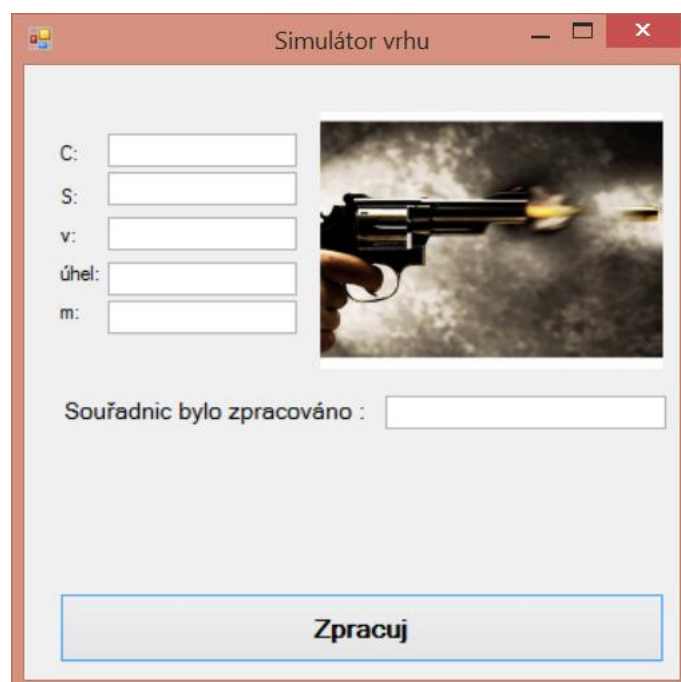
Obr. 2

Síla, která působí na pohybující se předmět je opačná s vektorem rychlosti tělesa. Podle vzorce Newtonovy odporové síly $F_{od} = I/2 \cdot C \cdot S \cdot \rho \cdot v^2$

Po vyjádření dostaneme rovnici, kterou jsme použili v programu:

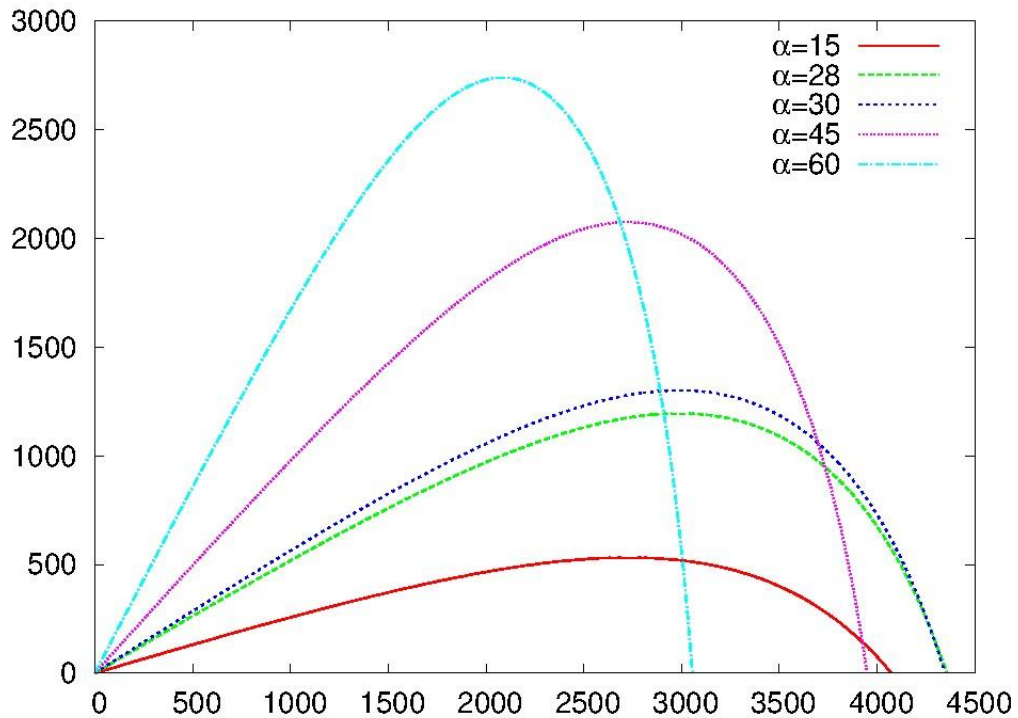
$$-gm\vec{y}_0 - \frac{1}{2}CS\rho|v|\vec{v} = m\vec{a}$$

Dále jsme se uchýlili k programování modelu, který jsme diskretizovali pomocí Eulerovy metody. My jsme využili jazyk C#, který nám poskytl vhodný kompromis mezi výkonem a jednoduchým ovládáním. Grafické rozhraní umožňuje nastavení vlastních parametrů vrhu, viz obr. 3.



Obr. 3

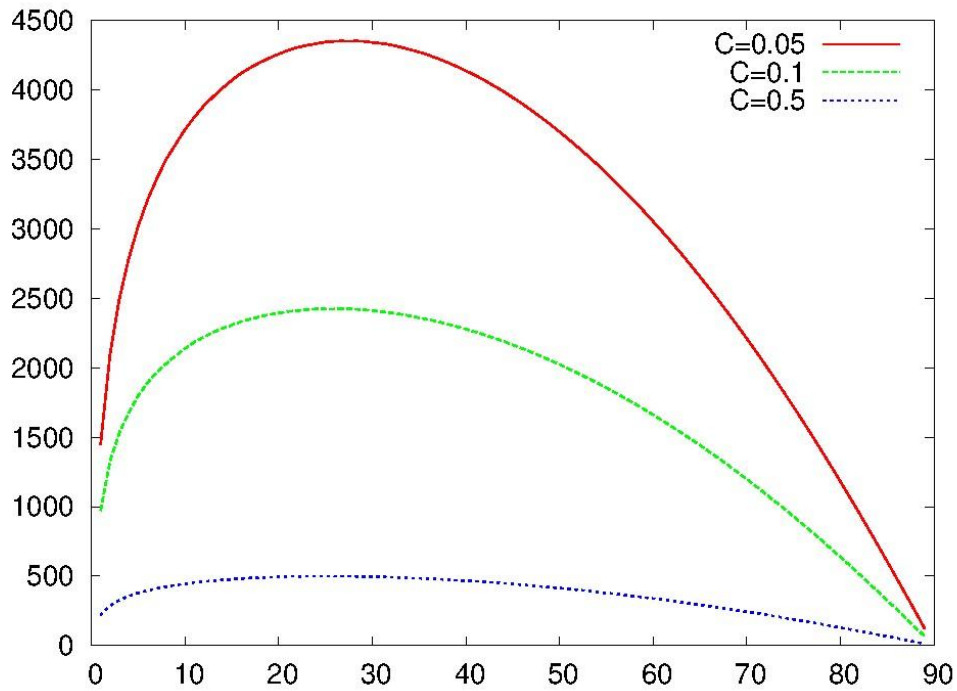
Souřadnice trajektorie jsou zapisovány do souboru na řádky pod sebe. Zadáním množiny souřadnic do renderovacího programu získáme grafy. Na obr. 4 jsou vyobrazeny trajektorie letu předmětu v atmosféře. Zelená trajektorie pod úhlem 28° je trajektorií s nejdelším doletem pro měřené těleso.



Obr. 4

Graf závislosti doletu na součiniteli odporu

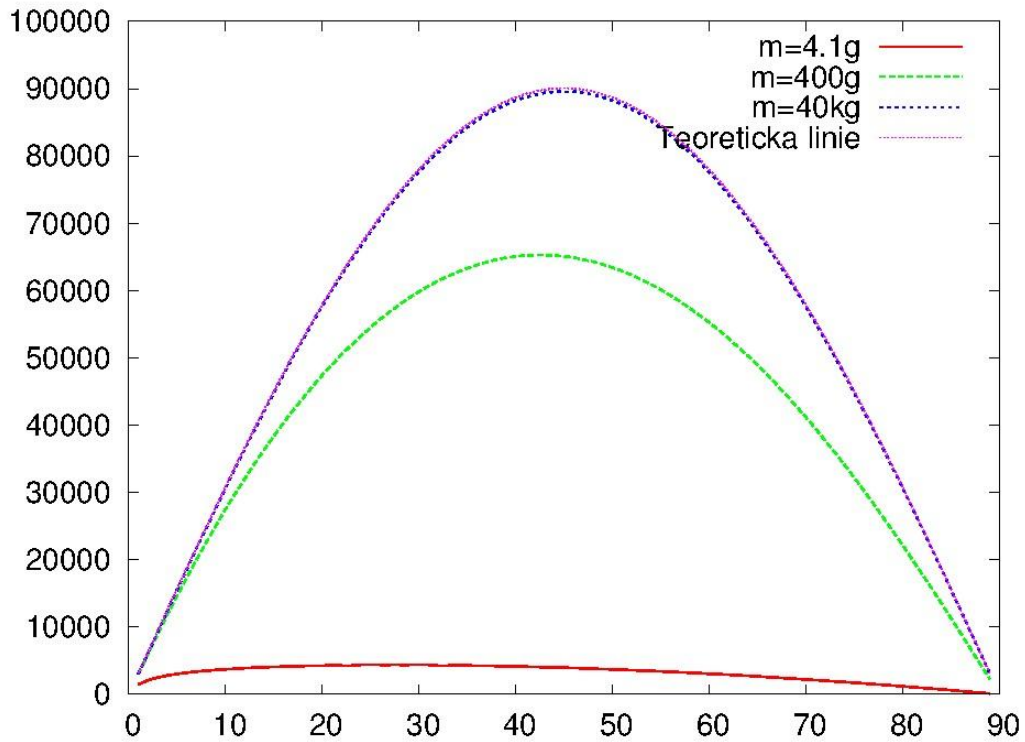
Pro $S=0,000072\text{m}^2$, $m=0,0041\text{kg}$, $v=940\text{m/s}$ na obr. 5. Jako vzor pro tyto hodnoty byly použity náboje (5.56x45mm) do pušky M4.



Obr. 5

Graf závislosti doletu na hmotnosti

Pro $C = 0,05$, $S=0,000072\text{m}^2$, $v=940\text{m/s}$ a m jsou 4.1g, 400g, 40kg na obr. 6. V případě vyšších hmotností se trajektorie blíží teoretické linii – modelu bez odporové síly.



Obr. 6

3 Shrnutí

Studovali jsme problém vrhů s odporem prostředí. Připravili jsme program, který simuloval tento model. Zjistili jsme, že pro vysoké hmotnosti se blížíme chování hmotných bodů jako v prostředí bez odporu a maximální dostřel bych dosažen při úhlu 28° pro model kulky 5.56x45mm, jenž se odchyluje od teoretické hodnoty 45° pro model bez odporu prostředí.

Poděkování

Děkujeme organizátorům Týdne vědy na Jaderce a našemu garantovi Ing. Hynku Lavičkovi za odborné konzultace.

Reference:

- ⦿ http://www.balistika.cz/vnejsi_teorie.html
- ⦿ http://physics.mff.cuni.cz/kfpp/skripta/kurz_fyziky_pro_DS/display.php/kontinuum/46
- ⦿ <http://www.gnuplot.info/>