

# Měrný náboj elektronu a Millikanův experiment

F. Novák, P. Kolář, J. Pařenica

Gymnázium Jana Keplera, Gymnázium Milevsko, SPSCH akademika  
Heyrovského

f.novak37@gmail.com, kol.jackie@seznam.cz, 15parenica@spsch.eu

## Abstrakt:

Dlouhá léta lidstvo trápila otázka, jaký je náboj elektronu. Na tuto otázku odpověděl Robert Millikan roku 1909 a abychom se přesvědčili o správnosti jeho výsledku, rozhodli jsme měření opakovat. K tomu jsme také změřili jinými experimenty měrný náboj elektronu a spočítali jeho hmotnost.

## 1 Úvod

### Teorie k měrnému náboji elektronu

Na nabitou částici pohybující se v elektromagnetickém poli působí Lorentzova síla [1]

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}), \quad (1)$$

kde  $q$  je náboj částice,  $E$  je intenzita elektrického pole,  $v$  rychlost částice,  $B$  magnetická indukce. V tomto experimentu budeme působit pouze polem magnetickým tj.  $\vec{E} = 0$ .

Magnetické pole je rovnoběžné s osou  $z$ , tedy  $\vec{B} = (0, 0, B)$ . Po vyřešení pohybových rovnic pro obecnou počáteční rychlost  $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$  získáme parametrizaci pohybu částice

$$x(t) = -r \cos(\Omega t) \quad (2)$$

$$y(t) = r \sin(\Omega t) \cdot \text{sgn}(q) \quad (3)$$

$$z(t) = v_{\parallel} t \quad (4)$$

V první části experimentu pošleme elektrony podél magnetických siločar, kde se částice pohybuje až na malé výchylky téměř přímo. Svazek elektronů se po celočíselném násobku periody  $T$  opět fokusuje v bodě, který leží ve vzdálenosti

$$s = v \frac{2\pi}{\Omega}. \quad (5)$$

Elektrony získávají počáteční rychlost  $v$  urychlením v elektrickém poli, se kterou vstupují do magnetického pole. Elektrony získávají kinetickou energii, které odpovídá rychlosti

$$\beta = \sqrt{\frac{2eU}{m_e c^2}}. \quad (6)$$

Pro velikost magnetické indukce solenoidního magnetu platí

$$B = \frac{\mu_0 N}{l} I, \quad (7)$$

kde  $\mu_0$  je permeabilita vakua,  $I$  magnetizační proud tekoucí solenoidem,  $l$  délka solenoidu a  $N$  počet závitů.

Dosazením vzorců (6) a (7) do vzorce (5) získáme závislost urychlovacího napětí  $U$  na magnetizačním proudem.

$$U(I^2) = \frac{e}{m_e} \cdot \frac{1}{8} \left( \frac{z \mu_0 N}{\pi l} \right)^2 \cdot I^2, \quad (8)$$

kde  $e/m_e$  je měrný náboj elektronu,  $z = 0.249$  m je oblast působení magnetického pole.

V druhé části experimentu pošleme elektrony ve směru kolmém na siločáry a vlivem Lorenzovy síly se dráha stáčí šroubovice. Směr otáčení je určen nábojem částice. Helmholtzovy cívky indukují magnetické pole o velikosti

$$B = \frac{8}{5\sqrt{5}} \frac{\mu_0 N}{R} I, \quad (9)$$

kde  $\mu_0$  je permeabilita vakua,  $N$  počet závitů jedné cívky,  $R$  poloměr cívek a  $I$  proud tekoucí cívku.

Závislost urychlovacího napětí na magnetizačním proudem vyjádříme pomocí vzorce

$$U(I^2) = \frac{e}{m_e} \cdot \frac{8}{125} \left( \frac{d\mu_0 N}{R} \right)^2 \cdot I^2, \quad (10)$$

kde  $e/m_e$  je měrný náboj elektronu a  $d$  je průměr šroubovice.

## Teorie k Millikanovu experimentu

Na olejovou kapičku mezi deskami kondenzátoru působí několik sil [2], jmenovitě:

Tíhová síla

$$\vec{F}_g = m\vec{g} = \rho_{olej} \frac{4}{3} \pi r^3 \vec{g}. \quad (11)$$

Vztlaková síla

$$\vec{F}_v = -\rho_{vzduch} \frac{4}{3} \pi r^3 \vec{g}. \quad (12)$$

Odporová síla, která působí vždy proti směru rychlosti, je dána Stokesovým vztahem

$$\vec{F}_o = \pm 6\pi\eta r \vec{v}. \quad (13)$$

Elektrická síla

$$\vec{F}_e = Q \frac{U}{d}. \quad (14)$$

$r$  je poloměr kapičky,  $g$  tíhové zrychlení,  $\rho_{olej} = 874 \text{ kg/m}^3$  je hustota oleje,  $\eta = 1.8 \cdot 10^{-5} \text{ kg/m}\cdot\text{s}$ ,  $Q$  náboj kapičky,  $U$  potenciál na elektrodách,  $d = (6,00 \pm 0,05) \text{ mm}$  jejich vzdálenost.

Z pohybové rovnice padající kapky je možné vyjádřit její poloměr

$$r = \sqrt{\frac{9\eta v_k}{2g(\rho_{olej} - \rho_{vzduch})}}, \quad (15)$$

kde  $v_k$  je rychlost padající kapky.

V závislosti na náboji kapky a napětí na kondenzátoru může kapička buď stoupat, padat nebo se vznášet. Předpokládejme, že kapka vlivem elektrického pole stoupá, nyní z pohybové rovnice vyjádříme náboj kapky

$$Q = \frac{d}{U} (6\pi\eta(v_k + v_s)r), \quad (16)$$

kde  $v_s$  je rychlost stoupání kapky.

Pro částice menší, než několik mikrometrů přestává platit Stokesův vztah a je potřeba připsat Cunninghamův korekční faktor:

$$f_c = 1 + \frac{6,18 \cdot 10^{-5}}{r \cdot p[\text{mm Hg}]}, \quad (17)$$

kde  $p = 747,8$  mm Hg.

S pomocí Cunninghamova faktoru získáme finální výsledek

$$Q_c = \frac{Q}{f_c^2}. \quad (18)$$

## 2 Uspořádání a provedení experimentu

### Podélné magnetické pole

První experiment byl složen ze solenoidu a obrazovky. Žhavená katoda pomocí termoemise generuje elektrony. Předurychlení elektronů závisí na potenciálovém rozdílu mezi katodou a pomocnou anodou. Elektrony, jsou následně urychleny potenciálovým rozdílem mezi katodou a hlavní anodou. Na stínítku se poté objeví obraz elektronového svazku.

#### Postup

Na zdroji vysokého napětí jsem nastavili urychlovací napětí. Poté jsme zapnuli magnetizační proud a zvyšovali ho, dokud se svazek nezaostřil do jednoho bodu. Celkem jsme zapsali 10 dvojic  $U$  a  $I$ . Napětí jsme měřili v intervalu  $0,75 - 1,25$  kV.

### Příčné magnetické pole

Použili jsme katodovou trubici uloženou mezi dvojicí Helmholtzových cívek. Katodovou trubici tvoří skleněná baňka, ve které je uložen systém elektrod. Elektronový svazek vylétuje do prostoru homogenního magnetického pole kolmého na rychlost svazku. Baňka je naplněna zředěným vodíkem, atomy plynu při deexcitaci uvolňují záření ve viditelném spektru.

#### Postup

Měnili jsme hodnoty napětí a proudu tak, aby zůstal zachovaný poloměr spirály. Naměřili jsme 10 hodnot  $U$  a  $I$ .

### Millikanův experiment

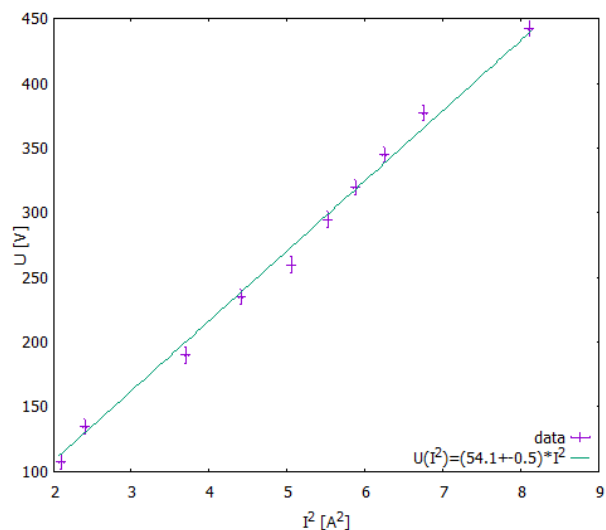
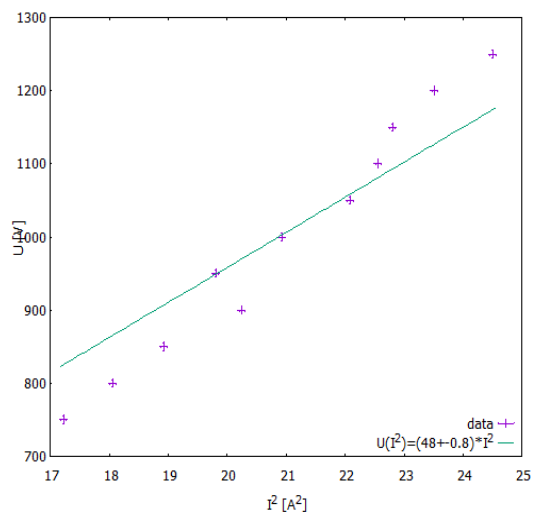
Použili jsme Millikanův přístroj, který se skládá z mikroskopu a deskového kondenzátoru, na který byl připojený zdroj stejnosměrného napětí. Mezi objektivem a okulárem byla umístěna mikrometrická stupnice. Pro měření času jsme použili elektronické stopky.

#### Postup

Pomocí balónku jsme rozprášili kapičky oleje. Poté jsme zapnuli spínač  $U$ , abychom zjistili, jaká kapička získala náboj. U této vybrané kapičky jsme změřili čas klesání na určité dráze a čas stoupání na stejné dráze při působení elektrického pole. Podle vzorce pro rychlost jsme vypočítali 10 rychlostí klesání a 10 rychlostí stoupání.

## 3 Výsledky měření a diskuse

V prvních dvou experimentech jsme změřili měrný náboj elektronu, který vyšel  $(1,85 \pm 0,03) \cdot 10^{11}$  C/kg a  $(2,36 \pm 0,02) \cdot 10^{11}$  C/kg. Tabulková hodnota je  $1,75 \cdot 10^{11}$  C/kg [3], jak lze vidět, první měření bylo mnohonásobně přesnější. Millikanovým pokusem nám vyšel elementární náboj  $(1,43 \pm 0,04) \cdot 10^{-19}$  C, což i přes započtení chyby zcela neodpovídá tabulkové hodnotě  $(1,602 \cdot 10^{-19}$  C). Možným vysvětlením je systematicky se opakující chyba měření.



Obr. 1: Vlevo: závislost napětí  $U$  na kvadrátu proudu  $I^2$  pro náboj v podélném magnetickém poli.  
Vpravo: závislost napětí  $U$  na kvadrátu proudu  $I^2$  pro náboj v příčném magnetickém poli.

## 4 Závěr

Změřili jsme hodnoty elementárního náboje jako  $(1,43 \pm 0,04) \cdot 10^{-19}$  C a měrného elementárního náboje jako  $(1,85 \pm 0,03) \cdot 10^{11}$  C/kg a  $(2,36 \pm 0,02) \cdot 10^{11}$  C/kg, z nichž jsme vypočítali hmotnost elektronu  $(7,7 \pm 0,1) \cdot 10^{-31}$  kg při prvním pokusu a při druhém pokusu  $(6,06 \pm 0,05) \cdot 10^{-31}$  kg (pro srovnání tabulková hodnota  $9,1 \cdot 10^{-31}$  kg). U Millikanova experimentu jsme pozorovali kvantování elementárního náboje.

## 5 Poděkování

Rádi bychom poděkovali Ing. Vojtěchu Svobodovi, CSc. za zorganizování týdne vědy a našemu vedoucímu Ing. Jakubu Kvapilovi za skvělý přístup.

## 6 Reference

- [1] Kolektiv KF: Měrný náboj elektronu ČVUT, FJFI v Praze, 2017
- [2] Kolektiv KF: Millikanův experiment ČVUT, FJFI v Praze, 2017
- [3] Remion, laboratorní průvodce, URL: <http://www.labo.cz/mft/zkonst.htm>