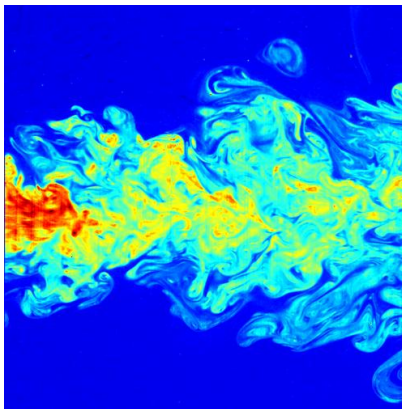


Stochastické modelování v "bedně"

Daniel Pojhan

Týdne vědy na Jaderce 2024
20. 6. 2024

- Turbulence (anomální stav difuze) vs laminární pohyb
- Stochastické modelování
- Stochastické metody jako např. Monte Carlo



Turbulence v \mathbb{R}^n

- Tzv. volná turbulence
- Částice se pohybují v oblasti \mathcal{O} , $\mathcal{O} \subset \mathbb{R}^n$ ($n \in 2, 3$)
- V počátku v bodě $x_0 \in \mathcal{O}$
- ξ_k je náhodný vektor vygenerovaný ze standardizovaného α -stabilního rozdělení

Lévyho proces

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{X}_k + v(\mathbf{X}_k, t_k)\Delta t + (D\Delta t)^{\frac{1}{\alpha}}\xi_k \quad (1)$$

kde:

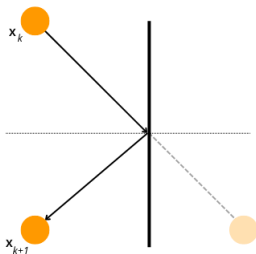
$$\alpha = 2/3$$

$$\xi \sim L_{\alpha, n}$$

Turbulence v "bedně"

- Tzv. uzavřená turbulence
- Implementace pomocí **Mirroringu** či **nahrazení částic**

Mirroring:



Richardsonův škálovací zákon

- Richardson prováděl pokusy, kde sledoval vzdálenost dvou částic
- provádělo se v uzavřeném prostředí
- $\mathbf{X}_N, \mathbf{Y}_N$ - konečné souřadnice částic v simulaci

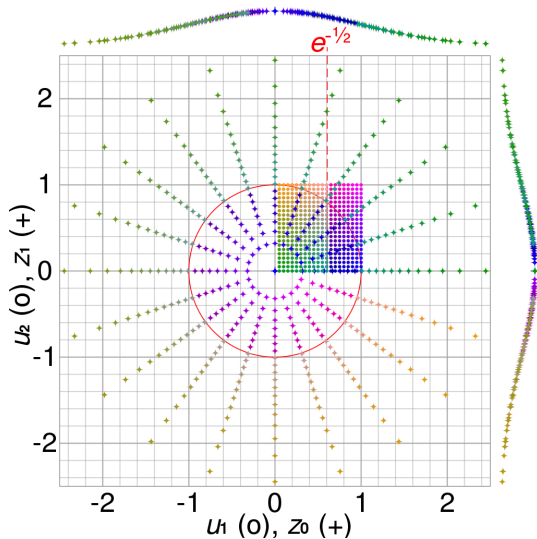
Notace zákona

$$R^2(t) = \|\mathbf{X}(t) - \mathbf{Y}(t)\|^2 = \|\mathbf{X}_N - \mathbf{Y}_N\|^2 \quad (2)$$

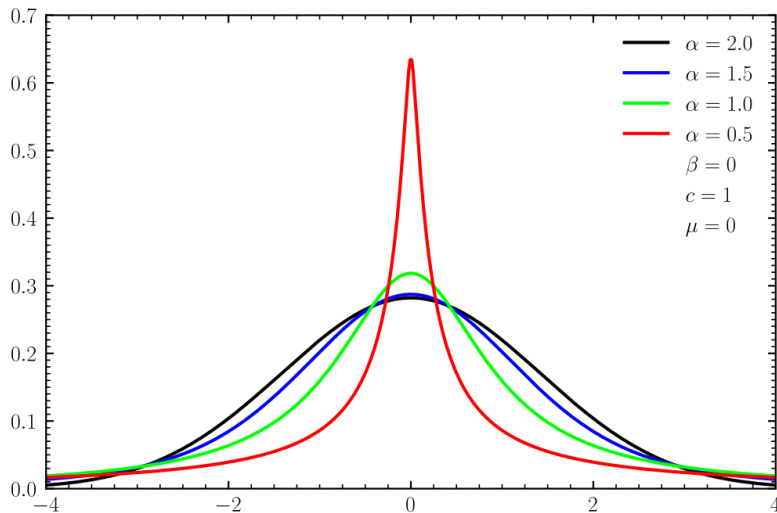
$$ER^2(t) \propto t^3 \quad (3)$$

- 1 **Mersenne Twister** → Využívaný většinou programovacích jazyků
- 2 **Box-Muller transformace** → Generování 2 nezávislých čísel
- 3 **Levyho proces** → Využití α -stabilní Lévyho distribuce

Box-Muller transformace



Lévyho proces



Implementace

- Skripta v **Matlabu**, kód v **Pythonu**
- Knihovny Matplotlib, Numpy, OpenCV

Github

<https://github.com/HelloWorld7894/StochasticTurbulence>



Děkuji za pozornost

